Physikalisches Institut
Universität Bonn
Theoretische Physik

Übung 14
29. Januar 2010
WS09/10

Übungen Theoretische Physik II

Prof. Dr. Albrecht Klemm

Anwesenheitsaufgaben

1. *Das elektromagentische Feld einer bewegten Ladung*
In dieser Aufgabe soll das elektrische wie magnetische Feld einer relativistischen Ladung der Masse m und Ladung q bestimmt werden. Hierzu werden wir den Feldstärke-Tensor von Blatt 12, A.2 d), weiter studieren. Dort war dieser gegeben als

$$F^{\mu\nu}(x) = \frac{q}{\langle x - x(s_0), x'(s_0)\rangle^3}\left((x - x(s_0))^\mu w^\nu - (x - x(s_0))^\nu w^\mu\right), \tag{1}$$

wobei $x(s)$ die Bahnkurve des Teilchens beschreibt, $x(s_0)$ der Retardierungsbedingung $x^0 - x^0(s_0) = |\vec{x} - \vec{x}(s_0)|$ genügt und der Vierer-Vektor $w = u + v$ definiert ist durch

$$u = \left\langle x'(s_0), x'(s_0)\right\rangle x'(s_0)\,, \tag{2}$$
$$v = \left\langle x - x(s_0), x'(s_0)\right\rangle x''(s_0) - \left\langle x - x(s_0), x''(s_0)\right\rangle x'(s_0)\,. \tag{3}$$

a) Rekapituliere, dass $x - x(s_0)$ lichtartig ist, d.h. $\langle x - x(s_0), x - x(s_0)\rangle = 0$ und zeige weiter, dass $\langle x - x(s_0), v\rangle = 0$.

b) Zeige, dass die Invarianten des Feldes $F^{\mu\nu}$ sich berechnen zu

$$\epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} F^{\mu\nu} F^{\kappa\lambda} = 0\,, \tag{4}$$

und zu

$$F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -2q^2 \frac{\langle x'(s_0), x'(s_0)\rangle^2}{\langle x - x(s_0), x'(s_0)\rangle^4}\,. \tag{5}$$

Interpretiere die Resultate physikalisch.

c) Berechne den Energie-Impuls-Tensor $T^{\mu\nu}$ und diskutiere die R-Abhängigkeit für $R := |\vec{x} - \vec{x}(s_0)|$.

d) Berechne schliesslich das elektrische Feld $\vec{E}(x)$ sowie das magnetische Feld $\vec{B}(x)$ der bewegten Punktladung und zeige, dass

$$\vec{B} = \left[\vec{n} \wedge \vec{E}(x)\right] \tag{6}$$

für $\vec{n} = \frac{1}{R}(\vec{x} - \vec{x}(s_0))$. Diskutiere das Resultat physikalisch.