Quantenmechanik und Statistische Physik für Lehramt

Dr. Hans Jockers

http://www.th.physik.uni-bonn.de/klemm/qmlass18/index.php

Abgabe: 08.05.2018

H4.1 Wiederholung Statistik

a) Gegeben ist ein Laplace–Würfel. Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle N \rangle$ und die Varianz $(\Delta N)^2 = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2$.

b) Gegeben sei ein weiterer Würfel. Auf diesem Würfel steht auf 3 Seiten die Zahl 3 und auf den anderen 3 Seiten die Zahl 4. Vergleichen Sie mit a) und diskutieren Sie das Ergebnis.

(*1 Punkt*)

H4.2 Erwartungswerte

Gegeben sei auf der reellen x-Achse $\mathbb{R}$ die Wellenfunktion

$$\psi(x,t) = Ae^{-a|x|-i\omega t}, \qquad A, a, \omega \in \mathbb{R} \ .$$

Normieren Sie ψ und berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle \hat{x} \rangle$,$\langle \hat{x}^2 \rangle$,$\langle \hat{p} \rangle$ und $\langle \hat{p}^2 \rangle$.

(*2 Punkte*)

H4.3 Impulsraum

a) Zeigen Sie explizit, dass der Ortsoperator $\hat{x}$ im Impulsraum die Form $\hat{x} = i\hbar \frac{\partial}{\partial p}$ hat.

(*1 Punkt*)

b) Gegeben sei die Wellenfunktion im Impulsraum

$$\phi(p,t) = Ae^{-\frac{p^2}{2a\hbar^2} - \frac{ia\hbar t}{2m}} \ .$$

Für welches Potential ist $\phi(p,t)$ eine Lösung der Schrödingergleichung?

(*2 Punkte*)

H4.4 Hermitesche Operatoren

Seien ψ_1 and ψ_2 zwei quadrat-integrable Wellenfunktionen auf $\mathbb{R}$. Für einen *hermiteschen* Operator $\hat{\mathcal{O}}$ gilt:

$$\int dx\, \psi_1^* \, (\hat{\mathcal{O}}\psi_2) = \int dx\, (\hat{\mathcal{O}}\psi_1)^* \, \psi_2 \quad \text{für alle } \psi_1, \psi_2 \ . \tag{1}$$

a) Zeigen Sie, dass die Bedingung (1) äquivalent ist zur Bedingung

$$\int dx\, \psi^* \,(\hat{\mathcal{O}}\psi) = \int dx\, (\hat{\mathcal{O}}\psi)^* \,\psi \qquad \text{für alle } \psi\ . \tag{2}$$

Hinweis: Betrachten Sie für ψ eine geeignete Linearkombination zweier Wellenfunktionen.

b) Sei $\hat{f}$ hermitesch. Geben Sie den adjungierten Operator des Operators $\hat{g} := i\hat{f}$ an.

c) Seien $\hat{f}$ und $\hat{g}$ zwei hermitesche Operatoren. Zeigen Sie, dass der Kommutator $i[\hat{f}, \hat{g}]$ hermitesch ist.

d) Zeigen Sie, dass das Produkt $\hat{f}\hat{g}$ zweier hermitescher Operatoren hermitesch ist, wenn der Kommutator $[\hat{f}, \hat{g}]$ verschwindet.

(4 Punkte)