Physikalisches Institut
Universität Bonn
Theoretische Physik

Übungsblatt 6
15.05.2018
SS 2018

Quantenmechanik und Statistische Physik für Lehramt

Dr. Hans Jockers

http://www.th.physik.uni-bonn.de/klemm/qmlass18/index.php

Abgabe: 29.05.2018

H6.1 Minimale Energie

Wir betrachten ein Teilchen in einer Dimension im Potential $V(x)$. Zeigen Sie, dass die Energie E des Teilchens größer sein muss, als der kleinste Wert V_{min} des Potentials. Macht diese Einschränkung auch klassisch Sinn?

Hinweis: Skizzieren Sie eine normierbare Wellenfunktion und leiten Sie hieraus eine Bedingung an die zweite Ableitung $\psi''(x)$ ab. Benutzen Sie dann die zeitunabhängige Schrödingergleichung um zu argumentieren, dass es für $E \leq V_{min}$ keine normierbaren Lösungen geben kann.

(3 Punkte)

H6.2 Endlicher Potentialtopf

Gegeben sei der endliche Potentialtopf mit dem Potential

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{für } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} , \qquad L > 0 \, , V_0 > 0 \, .$$

Betrachten Sie für die gebundenen Zustände als Lösungsansatz der stationären Schrödingergleichung die Wellenfunktion (siehe Vorlesung)

$$\varphi_E(x) = \begin{cases} A_1 e^{\chi x} + B_1 e^{-\chi x} & x \leq -\frac{L}{2} \\ A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx} & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ A_3 e^{\chi x} + B_3 e^{-\chi x} & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} , \qquad -V_0 \leq E \leq 0 \, ,$$

mit $k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V_0 + E)}$ und $\chi = \frac{1}{\hbar}\sqrt{-2mE}$ und den zu bestimmenden Parametern A_i, B_i. Leiten Sie für die anti-symmetrischen Lösungen $\varphi_E^{(A)}(x)$ (also für $\varphi_E^{(A)}(-x) = -\varphi_E^{(A)}(x)$) der gebundenen Zustände die transzendente Gleichung

$$\frac{\chi}{k} = -\cot\left(\frac{kL}{2}\right)$$

für die Energieeigenwerte E her.

(2 Punkte)

H6.3 Streuung an Potentialstufe

Gegeben sei die Potentialstufe mit dem Potential

$$V(x) = \begin{cases} V_0 > 0 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} , \qquad V_0 > 0 \ .$$

Es soll die Streuung einer von links einlaufenden ebenen Welle der Energie $E < V_0$ berechnet werden.

a) Geben Sie die allgemeine Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung in den zwei Bereichen $x < 0$ und $x > 0$ an. Bestimmen Sie dann die Lösung des gegebenen Problems aus den geeigneten Randbedingungen bei $x = 0$.

b) Berechnen Sie die Stromdichte für die einfallende, die reflektierte und die durchlaufende Welle und geben Sie die Koeffizienten für den reflektierten und den transmittierten Anteil an. Wie unterscheidet sich das Ergebnis qualitativ vom klassischen Resultat?

c) Skizzieren Sie qualitativ die Wahrscheinlichkeitsdichte. Was passiert für eine Potentialstufe endlicher Breite?

(5 Punkte)