# Theoretische Physik IV (Statistische Physik)

Prof. Dr. Albrecht Klemm
Christoph Nega, Fabian Fischbach

Abgabe: Di. 05.12.2017 (in der Vorlesung)
`http://www.th.physik.uni-bonn.de/klemm/statphyws1718/index.php`

–Hausaufgaben–

## H.7.1 Heizen eines Raumes[1] (10 Punkte)

Ein Raum mit einem Volumen $V$ soll von $T_1 = 0\,°\mathrm{C}$ auf $T_2 = 20\,°\mathrm{C}$ erwärmt werden. Wir betrachten zunächst den isobaren Vorgang, d.h. indem während der Erwärmung Luftmoleküle entweichen, bleibt der Druck gleich dem Außendruck $P_0 \approx 1000\,\mathrm{hPa} = 1 \times 10^5\,\mathrm{N\,m^{-2}}$. Wir nehmen an, dass die Luft (hauptsächlich $O_2$ und $N_2$) als ideales Gas zweiatomiger Moleküle betrachtet werden kann. Wie später in der Vorlesung behandelt werden wird, ist die isobare und isochore Wärmekapazität bei typischen Raumtemperaturen dann durch

$$C_P = \frac{7}{2} N k_\mathrm{B}\ , \quad \text{bzw.} \quad C_V = \frac{5}{2} N k_\mathrm{B} \tag{1}$$

wobei $N$ die Teilchenzahl ist, gegeben.

a) Zeigen Sie, dass die für die isobare Erwärmung von $T_1 = 0\,°\mathrm{C}$ auf $T_2 = 20\,°\mathrm{C}$ erforderliche Wärmemenge $Q_P$ durch

$$Q_P = \frac{7}{2} N_1 k_\mathrm{B} T_1 \log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \tag{2}$$

gegeben ist, wobei $N_1$ die Teilchenzahl im Anfangszustand ist.

(*3 Punkte*)

b) Überprüfen Sie, dass für kleine Temperaturdifferenzen $\frac{T_2 - T_1}{T_1} \ll 1$ die Näherungsformel

$$Q_P = \frac{7}{2} N_1 k_\mathrm{B} (T_2 - T_1) + \mathcal{O}\left(\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)^2\right) \tag{3}$$

gilt.

(*1 Punkt*)

c) Das Volumen des Raumes sei $V = vV_0$, wobei $V_0 = 1\,\mathrm{m}^3$. Berechnen Sie die für die Erwärmung von $T_1 = 0\,°\mathrm{C}$ auf $T_2 = 20\,°\mathrm{C}$ benötigte Wärmemenge.

(*1 Punkt*)

[1] A. Sommerfeld: *Vorlesungen über Theoretische Physik*, Bd. V: *Thermodynamik und Statistik*, (Harri Deutsch, Thun 1987)

d) Betrachten Sie jetzt die Erwärmung eines hermetisch abgeschlossenen Raumes mit Volumen $V$, d.h. jetzt bleibt bei der Erwärmung die Teilchenzahl $N = N_1$ konstant. Berechnen Sie die benötigte Wärmemenge $Q_N$ auch in diesem Fall.

(*1 Punkt*)

e) Stellen Sie die Größe $\Delta Q(t) = \frac{Q_P - Q_N}{Q_0}$ mit $Q_0 = N_1 k_\mathrm{B} T_1$ in Abhängigkeit von $t = \frac{T_2}{T_1}$ graphisch dar. Bestimmen Sie den Wert $t_0 > 1$ wo $\Delta Q(t_0) = 0$.

(*2 Punkte*)

f) Auf welche Temperatur $T_2$ müsste man den Raum heizen, damit isobares Heizen sinnvoller wäre.

(*0.5 Punkte*)

g) Wie viel Energie pro Kubikmeter spart man, falls man isoliert erwärmt?

(*0.5 Punkte*)

h) Im Bereich $1 < t < t_0$ ist es also günstiger zuerst in einem abgeschlossenen Raum zu erwärmen und dann bei der Endtemperatur $T_2$ kurz den Druck auszugleichen. Wie groß ist im Übrigen die relative Drückerhöhung bei der Erwärmung in einem abgeschlossenen Raum?

(*1 Punkt*)

Beachten Sie, dass wir bei all unseren Rechnungen vernachlässigt haben, dass sich die Wände des Raumes mit aufheizen.

## H.7.2 Der Otto-Zyklus (6 Punkte)

Der Otto-Zyklus ist in Abbildung 1 im $p$-$V$-Diagramm gezeigt. Die vier Schritte sind:

- adiabatische Komprimierung,
- isochore Erwärmung,
- adiabatische Expansion und
- isochore Abkühlung.

a) Bestimmen Sie die Arbeit und den Wärmetransfer in jedem Schritt unter der Annahme, dass das Arbeitsmedium ein ideales Gas sei.
*Hinweis:* Zur Erinnerung: $E = \frac{f}{2} N k_\mathrm{B} T$. Verwenden Sie ferner die Adiabatengleichung.

(*4 Punkte*)

b) Zeigen Sie unter Verwendung der Ergebnisse aus Teil a), dass der Wirkungsgrad durch

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)^{\kappa - 1}$$

gegeben ist, wobei $\kappa = \frac{f+2}{f}$ der Adiabatenexponent des idealen Gases ist.

(*2 Punkte*)

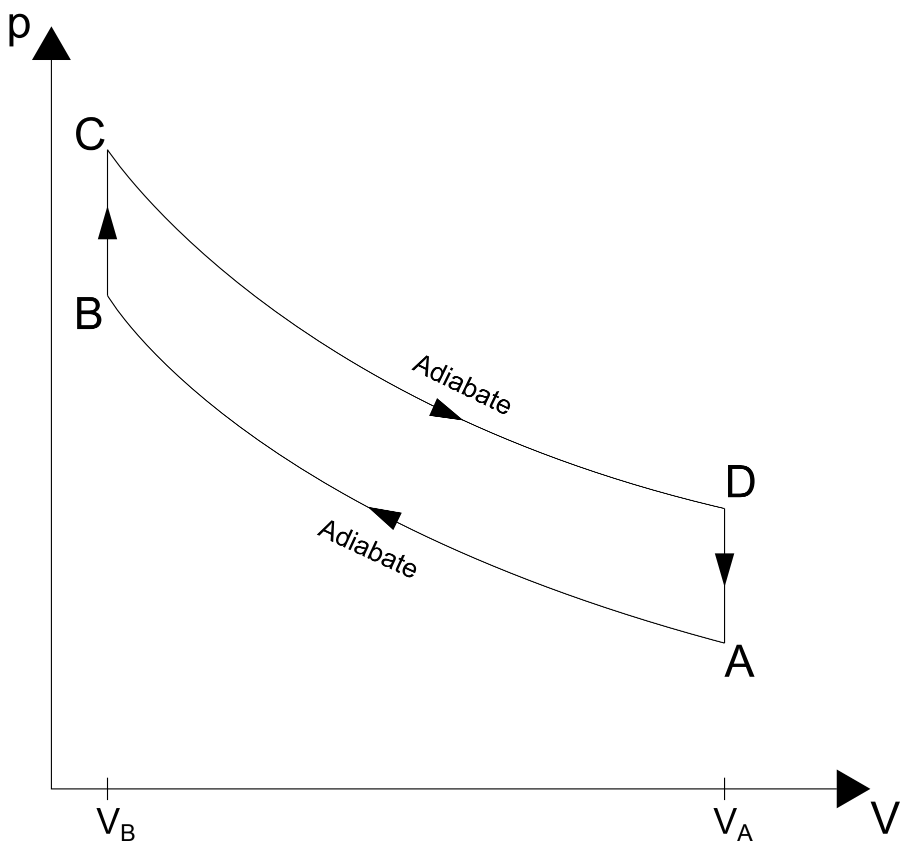


Abbildung 1: Der Otto-Kreisprozess im $p$-$V$-Diagram.