Übungsblatt 1

Besprechung: 17. April - 21. April

Aufgabe 1.1 Maxwell-Relationen

Die Funktion $f(x,y)$ besitze das exakte Differential

$$df = u(x,y)dx + v(x,y)dy.$$

Zeigen Sie

$$(\frac{\partial u}{\partial y})_x = (\frac{\partial v}{\partial x})_y.$$

Anmerkung:f hat ein exaktes Differential, wenn gilt: $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

Aufgabe 1.2 Wahrscheinlichkeitstheorie

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dafür, daß von 10 Studenten mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben? Bei wievielen Studenten ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben gerade $\frac{1}{2}$?

b) Man zieht nacheinandern drei Karten aus einem 32-er Stapel Karten. Was ist die Wahrscheinlichkeit, daß die dritte Karte eine Dame ist?
Man zieht nun acht Karten aus einem 52-er Stapel Karten. Was ist die Wahrscheinlichkeit, daß

- vier Karten Asse sind und zwei Karten Könige?
- mindestens eine Karte ein As ist?

Aufgabe 1.3 Physikalisches System mit Nebenbedingungen

Methode des Lagrange Multiplikators

a) Klassische Mechanik: Kettenlinie. Ein Seil werde an zwei Punkten (in gleicher Höhe) im Schwerefeld aufgehängt. Durch welche Kurve wird die Gleichgewichtslage des Seils beschrieben? Das Seil stellt sich so ein, daß seine potentielle Energie minimal wird.

b) Quantenmechanik: Gegeben sei der Hamiltonoperator H. Bestimmen Sie das Minimum von $\langle\Psi|H|\Psi\rangle$ im Hilbertraum aller Zustände $|\Psi\rangle$ unter der Nebenbedingung, daß die $|\Psi\rangle$ normiert sind. Zeigen Sie daß

$$E_0 = \min_{\{|\Psi\rangle\},\lambda} \langle\Psi|H-\lambda|\Psi\rangle + \lambda$$

den tiefsten Energieeigenwert liefert, wobei das Minimum des Erwartungswertes bezüglich aller Zustände $|\Psi\rangle$ und reellen Parameter λ gesucht wird.

Viel Spaß!