Universität Bonn 12.10.2010
Physikalisches Institut
Prof. Dr. J. Kroha, K. Ballmann, R. Katzer
http://www.th.physik.uni-bonn.de/th/groups/kroha/teaching/StatMech_WS10/

Theoretische Physik IV — WS 2010/11

Übungsblatt 1

(Abgabe am 19. Oktober, Besprechung vom 19. bis 21. Oktober)

1.1 Maxwell-Relationen (10 Punkte)

Die Funktion $f(x, y)$ besitze das exakte Differential

$$df = u(x, y)dx + v(x, y)dy\,.$$

Zeige

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y\,.$$

Hinweis: f hat ein exaktes Differential, wenn gilt $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

1.2 Wahrscheinlichkeitstheorie (10 Punkte)

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Studenten mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben?

(b) Bei wie vielen Studenten ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Studenten am gleichen Tag Geburtstag haben, gerade größer als 1/2?

1.3 Physikalisches System mit Nebenbedingungen: Methode des Lagrange-Multiplikators (10 Punkte)

(a) Klassische Mechanik: Kettenlinie
Ein Seil werde an zwei Punkten in gleicher Höhe im Schwerefeld aufgehängt. Durch welche Kurve wird die Gleichgewichtslage des Seils beschrieben. Das Seil stellt sich so ein, dass seine potentielle Energie minimal wird.

(b) Quantenmechanik:
Gegeben sei der Hamiltonoperator H. Bestimme das Minimum von $\langle\Psi|H|\Psi\rangle$ im Hilbertraum aller Zustände $|\Psi\rangle$ unter der Nebenbedingung, dass die $|\Psi\rangle$ normiert sind. Zeige, dass

$$E_0 = \min_{\{|\Psi\rangle\},\lambda} \langle\Psi|H - \lambda|\Psi\rangle + \lambda$$

den tiefsten Energieeigenwert liefert, wobei das Minimum des Erwartungswertes bzgl. aller Zustände $|\Psi\rangle$ und reellen Parameter λ gesucht wird.