Universität Bonn 26.10.2010
Physikalisches Institut
Prof. Dr. J. Kroha, K. Ballmann, R. Katzer
http://www.th.physik.uni-bonn.de/th/groups/kroha/teaching/StatMech_WS10/

Theoretische Physik IV — WS 2010/11

Übungsblatt 3

(Abgabe am 2. November, Besprechung vom 2. bis 4. November)

3.1 Thermodynamische Beziehungen (10 Punkte)

Die Gleichung

$$F(x,y,z) = 0$$

definiert eine Relation zwischen den Zustandsvariablen x, y und z. Mache dir den Unterschied zwischen totaler und partieller Ableitung klar. Zeige dann:

$$\text{(i)} \qquad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z\right]^{-1}$$

$$\text{(ii)} \qquad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

Zusätzlich sei nun eine Funktion w gegeben, die von zweien der Variablen x, y und z abhängt, d.h. $w(x,y)$. Zeige nun:

$$\text{(iii)} \qquad \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_w = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_w \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_w$$

$$\text{(iv)} \qquad \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_z + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$$

3.2 Ideales Gas (Teil 2) (10 Punkte)

Für ein ideales Gas mit konstanter Teilchenzahl seien die Relationen

$$pV = nRT \quad \text{und} \quad c_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{f}{2}nR = const.$$

gegeben, wobei n die Zahl der Mole, R die allgemeine Gaskonstante und c_V die Wärmekapazität bei konstantem Volumen ist.

(a) Zeige, dass $dU = c_V dT$ gilt. Berechne dann die innere Energie $U(T,V)$, sowie die Entropie $S(T,V)$.

(b) Zeige, dass bei einer adiabatischen Zustandsänderung, d.h. $S = const.$, $pV^\gamma = const.$ mit $\gamma = (f+2)/f$ gilt.

(c) Betrachte eine Mischung zweier idealer Gase 1 und 2 mit molarem Verhältnis $x_1 : x_2$. Zeige, dass der Exponent γ für die Mischung durch

$$\frac{1}{\gamma - 1} = \frac{x_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{x_2}{\gamma_2 - 1}$$

gegeben ist.

3.3 Inverser Carnot-Prozess als Wärmepumpe (10 Punkte)

Ein Zimmer mit Temperatur T_2 verliere Wärme an seine Umgebung. Die Umgebungstemperatur sei durch $T_1 < T_2$ und die Wärmeverlustrate durch $dQ/dt = C \cdot (T_2 - T_1)$ gegeben. Gleichzeitig wird der Raum über eine Wärmepumpe beheizt, die wie ein inverser Carnot-Prozess zwischen T_2 und T_1 arbeitet.

(a) Beim inversen Carnot-Prozess handelt es sich um den umgekehrt ablaufenden Carnot-Prozess, siehe Abbildung 1. Zeige, dass $\Delta A = -\Delta W > 0$, also Arbeit an dem System verrichtet werden muss.
Die Heizeffektivität ist definiert als

$$\eta^H = -\frac{\Delta Q_2}{\Delta A}\,.$$

Zeige, dass $\eta^H > 1$, indem du die Heizeffektivität durch T_2 und T_1 ausdrückst.

(b) Leite einen Ausdruck für die Gleichgewichtstemperatur T_2 des Zimmers in Abhängigkeit von C, T_1 und der Leistung $P = dA/dt$ her.

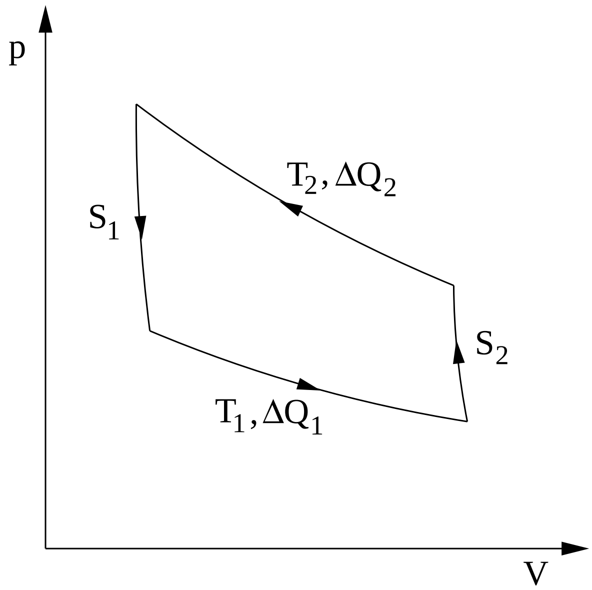

Abbildung 1: Der inverse Carnot-Prozess