Universität Bonn 28.05.2003
Physikalisches Institut
Prof. Dr. H. Kroha, A. Lubatsch
http://www.th.physik.uni-bonn.de/th/Groups/kroha

Übungen zur Festkörpertheorie II — SS03

3. Übungsblatt

1. Mikroskopische Begründung der Fermi–Flüssigkeitstheorie

   In einem Elektronengas (Dispersion $\varepsilon_p = p^2/2m$, Fermi-Energie ε_F, Fermi-Impuls p_F) wechselwirken die Teilchen über ein stark abgeschirmtes, kurzreichweitiges Wechselwirkungspotential, das wir als punktförmig annehmen: $V(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = V_0\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$.

   Berechnen Sie den Imaginärteil der retardierten Selbstenergie $\Sigma^R(\omega, p_F)$ in 2. Ordnung Störungstheorie für kleine Anregungsenergien und Temperaturen, ω, $T \ll \varepsilon_F$. Zeigen Sie insbesondere $\Sigma(\omega, p_F) \sim (\omega^2 + \pi T^2)/\varepsilon_F^2$.

2. Das Anderson-Störstellenmodell: Ladungsdynamik bei "hohen" Energien

   Wir betrachten das Anderson–Störstellenmodell

$$H = \sum_{\mathbf{p}\sigma} \varepsilon_p c^\dagger_{\mathbf{p}\sigma} c_{\mathbf{p}\sigma} + \varepsilon_d \sum_\sigma d^\dagger_\sigma d_\sigma + V \sum_{\mathbf{p}\sigma} \left(d^\dagger_\sigma c_{\mathbf{p}\sigma} + c^\dagger_{\mathbf{p}\sigma} d_\sigma \right) + U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow}$$

   mit $n_{d\sigma} = d^\dagger_\sigma d_\sigma$, $\sigma = \uparrow, \downarrow$, und dem lokalen Niveau $\varepsilon_d < 0$, dem (impulsunabhängigen) Hybridisierungsmatrixelement V und der lokalen Coulomb-Abstoßung $U > -\varepsilon_d$.

   Um die möglichen Ladungs-Zustände der Störstelle zu beschreiben, zerlegen wir den lokalen Elektronen-Erzeugungsoperator in seine Anteile, die auf den Unter–Fockraum mit leerer bzw. einfach besetzter Störstelle wirken: $d^\dagger_\sigma = d^\dagger_{0\sigma} + d^\dagger_{1\sigma}$ mit

$$\begin{aligned} d^\dagger_{0\sigma} &= d^\dagger_\sigma (1 - n_{d-\sigma}) \\ d^\dagger_{1\sigma} &= d^\dagger_\sigma n_{d-\sigma} \end{aligned}$$

   Die Greensfunktion $G_{ij\ \sigma}(t) = -i\langle \hat{T}\{d_{i\sigma}(t) d^\dagger_{j\sigma}(0)\}\rangle$ ist also eine 2×2–Matrix im Raum der Besetzungszahl, $i = 0, 1$, $j = 0, 1$.

   a) Vergewissern Sie sich, dass $d^\dagger_0$, $d^\dagger_1$ etc. keine kanonischen (Anti-) Vertauschungsrelationen erfüllen. Bestimmen Sie dann die Bewegungsgleichungen für $G_{i,j\ \sigma}(t)$, indem Sie die Kommutatoren $[d_0, H]$ und $[d_1, H]$ berechnen.

   b) Berechnen Sie zunächst die retardierte Greensfunktion im Frequenzraum $G^R_{i,j\ \sigma}(\omega)$ für $V = 0$ (diese heisst "atomare Greensfunktion"). Zeigen Sie, dass $G^R_{ij\ \sigma}(\omega)$ *zwei* Pole hat. Wo liegen diese, und was ist ihr Gewicht?

c) Nun sei die Hybridisierung $V \neq 0$. Iterieren Sie die Bewegungsgleichungen einmal, so dass Terme von $O(V^2)$ auftauchen. Faktorisieren sie diese Terme *ad hoc* in 1-Teilchen-Greensfunktionen, und bestimmen Sie so die lokalen Selbstenergien. (Zur Vereinfachung können Sie die Zustandsdichte des Leitungsbandes als konstant N_0 annehmen.)

d) Die gesamte Spektraldichte der Störstelle für Spin σ ist

$$A_{d\sigma}(\omega) = -\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\ \mathrm{tr}\ G^R_\sigma(\omega)\ ,$$

wobei sich die Spur über die Matrixstruktur im Besetzungszahlraum erstreckt. Berechnen Sie $A_{d\sigma}(\omega)$. Was sind die Lage, die Breite und die Gewichte der Peaks von $A_{d\sigma}(\omega)$? Skizzieren und interpretieren Sie das Ergebnis.