Übung 7 (14.05. - 18.05.2007)

A 1 Nablakalkühl II

Zeige, dass gilt:

$$\vec{B}(\vec{r}) \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r})) = \frac{1}{2}\vec{\nabla}(\vec{B}(\vec{r})^2) - (\vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla})\vec{B}(\vec{r})$$

A 2 Polarisationen ebener Wellen

Die allgemeine Form einer linear polarisierten Welle ist $\vec{E} = \vec{\epsilon}_j|\vec{E}|\exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)]$ mit dem Polarisations-Einheitsvektor $\vec{\epsilon}_j$ und einem Phasenwinkel δ. Betrachte nun die Überlagerung von zwei linear polarisierten, ebenen Wellen $\vec{E}_{1,2}$, welche sich beide in z-Richtung ausbreiten. Ferner sei $\vec{E}_1$ in x- und $\vec{E}_2$ in y-Richtung polarisiert.

2.1 Zeige, dass im Falle von $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \equiv E_0$ und $\delta_2 = \delta_1 \pm \pi/2$ die Komponenten von $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ einer Kreisgleichung genügen (zirkulare Polarisation).

2.2 Wann spricht man von einer links- und rechtszirkular polarisierten Wellen?

2.3 Zeige, dass im Falle von $|\vec{E}_1| \neq |\vec{E}_2|$ und $\delta_2 = \delta_1 \pm \pi/2$ die Komponenten von $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ einer Ellipsengleichung genügen (elliptische Polarisation).

H 1 Zirkular polarisierte Welle

Betrachte eine in x-Richtung laufende, zirkular polarisierte Welle die durch das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = Re[f(x - ct)(\epsilon_y + i\epsilon_z)]$$

beschrieben wird, wobei $\epsilon_{y,z}$ Einheitsvektoren in y, z-Richtung sind und f eine beliebige, komplexwertige Funktion darstellt.

1.1 Berechne aus den Maxwell-Gleichungen das zugehörige Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t)$.

1.2 Berechne die Energiedichte $U(\vec{r}, t)$, die Energiestromdichte $\vec{S}(\vec{r}, t)$, die Impulsdichte $\vec{P}(\vec{r}, t)$ sowie den Spannungstensor T_{ij} der Welle.