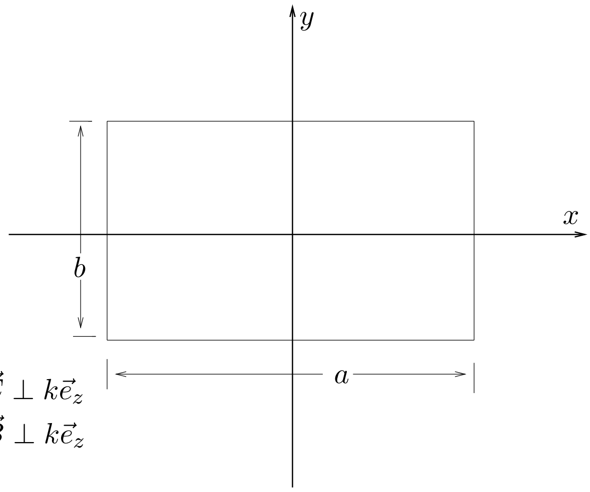
Übung 9 (04.06. - 08.06.2007)

A 1 Hohlleiter

Betrachte eine ebene elektromagnetische Welle die sich in Richtung der Achse (z-Richtung) eines idealen Hohlleiters (d.h. Dämpfungseffekte durch das Eindringen des EM-Feldes in die Metallränder werden vernachlässigt) mit rechteckigen Querschnitt ausbreitet, es gilt also:



$$\vec{E} = \vec{E}_0(x,y)\exp[i(kz-\omega t)]; \vec{B} = \vec{B}_0 \exp[i(kz-\omega t)].$$

Die Lösungen der Wellengleichung können in die zwei Fälle $E_z = 0$, $B_z \neq 0$ und $E_z \neq 0$, $B_z = 0$ aufgeteilt werden:

Transversale elektrische Welle (TE):	$E_z = 0, \vec{E} \perp k\vec{e}_z$
Transversale magnetische Welle (TM):	$B_z = 0, \vec{B} \perp k\vec{e}_z$

Betrachte nur die TE-Mode, also $E_z = 0$.

1.1 Gebe die Transversalkomponenten E_x,E_y,B_x,B_y in Abhängigkeit von der Longitudinalkomponente B_z an.

1.2 Zeige, dass die Randbedingungen für B_z lauten:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = 0, \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$$

und löse die Wellengleichung für B_z mit diesen Randbedingungen (benutze einen Separationsansatz).

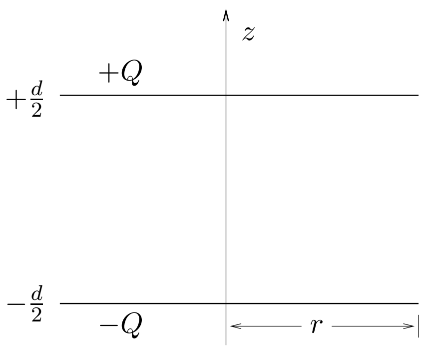
1.3 Gebe die Wellenzahl k in Abhängigkeit von der Frequenz ω an. Welche ist die niedrigste Frequenz, für die eine Wellenausbreitung möglich ist? Wie lauten die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit?

H 1 Kondensator

Betrachte zwei kreisförmige, parallele Metallplatten im Abstand d, die eine vernachlässigbare Dicke haben. Ein Dielektrikum sei zwischen den beiden Platten, das eine ortsabhängige Dielektrizitätskonstante

$$\epsilon_r(z) = \epsilon_1 + \frac{1}{2}\Delta\epsilon(1 + 2\frac{z}{d})$$

hat. Es gilt $R \gg d$.



1.1 Berechne die Kapazität des Kondensators, die Flächenladungsdichten bei $z = \pm d/2$ und die gebundene Ladungsdichte.

1.2 Nun sind die Platten entgegengesetzt gleich geladen ($\pm Q$). Berechne die elektrostatischen Kräfte, die auf die Platten wirken.

Hinweis: Benutze Gl.(2.19) und Gl.(2.52) aus der Vorlesung.