Universität Bonn 02.11.2010
Physikalisches Institut
Prof. Dr. J. Kroha, K. Ballmann, R. Katzer
http://www.th.physik.uni-bonn.de/th/groups/kroha/teaching/StatMech_WS10/

Theoretische Physik IV — WS 2010/11

Übungsblatt 4

(Abgabe am 9. November, Besprechung vom 9. bis 11. November)

4.1 Thermodynamische Beziehungen in einem magnetischen System (10 Punkte)

Betrachte ein magnetisches System, das durch die Entropie S, die Temperatur T, die Magnetisierung M und ein äußeres Magnetfeld B bestimmt ist. Seine Eigenschaften werden durch die thermodynamischen Responsefunktionen beschrieben:
Die spezifische Wärme bei konstanter Magnetisierung, bzw. konstantem Magnetfeld,

$$c_M = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_M \quad \text{bzw.} \quad c_B = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B ,$$

die isotherme und die adiabatische Suszeptibilität,

$$\chi_T = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T \quad \text{und} \quad \chi_S = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_S ,$$

sowie den Temperaturkoeffizienten der Magnetisierung $\alpha_B = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B$ und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

(a) Leite den folgenden Zusammenhang her:
$c_B/c_M = \chi_T/\chi_S$
Hinweis: Drücke c_B und c_M allein durch thermodynamische Ableitungen von B bzw. M aus. Nutze dabei aus, dass $dB = dM = 0$ gilt und ordne die Terme im Verhältnis c_B/c_M geeignet um (vgl. Vorlesung).

(b) Zeige mittels Kettenregel und unter Verwendung der Maxwell-Relation bzgl. der freien Energie F, dass
$c_p - c_V = TV\alpha_p^2/\kappa_T$,
mit der isothermen Kompressibilität $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$.

(c) Verfahre analog, um zu zeigen:
$c_B - c_M = T\alpha_B^2/\chi_T$

4.2 Joule-Thomson-Effekt und Joule-Kreisprozess (10 Punkte)

Beim Joule-Thomson-Prozess betrachtet man ein aus zwei Kammern zusammengesetztes, thermisch isoliertes System. Durch eine Drossel wird mit konstantem Druck p_1 eine Gasmenge mit Anfangsvolumen V_1 aus Kammer 1 in Kammer 2 gepresst. Dort wird der Druck $p_2 < p_1$ ebenfalls konstant gehalten und die Gasmenge nimmt das Endvolumen V_2 ein. Die Drossel verhindert das Entstehen kinetischer Energie und sorgt dafür, dass der Prozess adiabatisch verläuft.

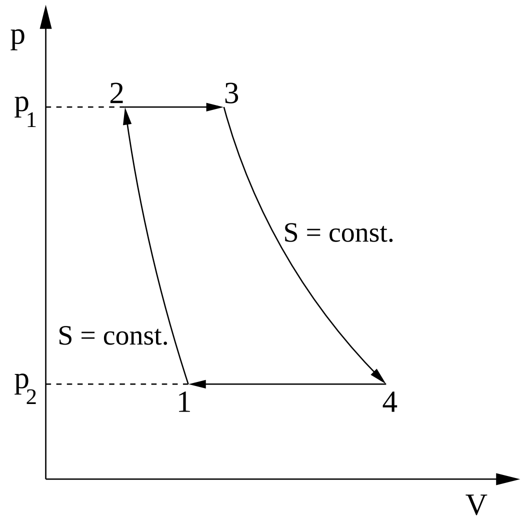

Abbildung 1: Der Joule-Kreisprozess

(a) Zeige, dass die Enthalpie H konstant bleibt und der Prozess irreversibel abläuft.

(b) Der Joule-Thomson-Koeffizient ist definiert als $\delta = (\frac{\partial T}{\partial p})_H$. Zeige, dass

$$\delta = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right]$$

gilt und für ein ideales Gas $\delta = 0$ folgt.

(c) Berechne den Wirkungsgrad des Joule-Kreisprozesses (siehe Abbildung 1) als Funktion von p_1 und p_2 unter der Annahme, dass es sich beim Arbeitsmedium um ein ideales Gas handelt.

4.3 Elastischer Draht (10 Punkte)

Auf einen elastischen Draht der Länge L wirke die Kraft K. Im Hookeschen Bereich gilt die Zustandsgleichung

$$K = k(L - L_0) + A_1(T - T_0),$$

wobei T die Temperatur ist, L_0 und T_0 die Referenzlänge bzw. -temperatur für $K = 0$, und k und A_1 Konstanten sind.

(a) Gib das Differential der inneren Energie $U(S, L)$ an, wobei S die Entropie ist. Konstruiere davon ausgehend ein thermodynamisches Potential mit den Fundamentalvariablen L und T. Welche Maxwell-Relationen lassen sich aus den beiden Potentialen herleiten?

(b) Leite einen Ausdruck für die Entropie S her, indem du die Homogenität des Drahtes ausnutzt.