A142: Laser

Jürgen Päpke Akın Wingerter

22./23. November 1999

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch lernen wir grundlegende Eigenschaften eines Lasers kennen. Dazu bauen wir mit einer Gasentladungsröhre und einem optischen Resonator einen He-Ne-Laser, dessen wichtigste Eigenschaften wie z.B. Wellenlänge, Polarisation, Modenabstand gemessen werden. Wir machen uns mit Methoden vertraut, die in moderner Laserspektroskopie Verwendung finden.

2 Theorie

2.1 Was ist ein Laser ?

Ein Laser besteht aus einem optisch aktiven Medium, das man in einen geeigneten optischen Resonator bringt (meistens zwei sich gegenüber stehende Spiegel). Wenn der optische Resonator korrekt justiert ist, werden die Strahlen im Resonator mehrmals hin und her reflektiert (und passieren dabei das optisch aktive Medium). Licht, das durch ein optisch aktives Medium geht, kann durch einen Prozeß, den man "stimulierte Emission" nennt, verstärkt werden. Unter bestimmten Umständen kann die stimulierte Emission die Absorbtion überwiegen, und man erhält einen starken, gerichteten Strahl. Die Anordnung nennt man dann Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation), und man sagt, daß der Laser "laset".

2.2 Emission und Absorbtion

Atome (oder Moleküle) mit Energieniveaus E_1 und E_2 können Licht der Frequenz $h \cdot \nu = E_2 - E_1$ absorbieren. Die Wahrscheinlichkeit W_{12}, daß ein Atom in einer Sekunde ein Photon absorbiert, ist proportional zur spektralen Energiedichte $\rho(\nu)$ des Strahlungsfeldes (zur Definition der spektralen Energiedichte: $\rho(\nu)d\nu$ ist die Energie pro Volumeneinheit im Frequenzintervall $d\nu$). Der Proportionalitätsfaktor B_{12} heißt Einstein-Koeffizient:

$$W_{12} = B_{12}\rho(\nu) \text{ bei Absorbtion}$$

Analog kann das Strahlungsfeld Atome im angeregten Zustand E_2 veranlassen, unter Aussendung eines Photons der Energie $h \cdot \nu = E_2 - E_1$ in den energetisch tieferen Zustand E_1 überzugehen. Dieser Prozeß heißt induzierte Emission. Die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photons ist gegeben durch

$$W_{21} = B_{21}\rho(\nu) \text{ bei induzierter Emission}$$

Dabei gilt $B_{12} = B_{21}$, siehe z.B. [Dem]. Ein angeregtes Atom kann seine Energie auch ohne äußere Einwirkung abgeben. Die Energie des emittierten Photons ist wie eben gegeben durch $h \cdot \nu = E_2 - E_1$, und für die Wahrscheinlichkeit gilt

$$W_{21} = A_{21} \text{ bei spontaner Emission}$$

Da die spontane Emission vom Strahlungsfeld unabhängig ist, tritt die spektrale Energiedichte in der vorigen Gleichung nicht auf.

2.3 Optisch aktives Medium

Betrachten wir nun ein Stück optisch aktives Material der Fläche A, Dicke d, Länge l, und wir nehmen an, daß wir N_1 Absorber per Volumeneinheit haben, jeweils mit Wirkungsquerschnitt σ.

F sei der Fluß der Photonen pro Zeit- und Flächeneinheit. Das Verhältnis der Zahl der absorbierten Photonen dF zur Gesamtzahl F ist gleich dem Verhältnis der Summe der Wirkungsquerschnitte dA zur Fläche A:

$$\frac{dF}{F} = -\frac{dA}{A}$$

Die Anzahl der Absorber in dem betrachteten Stückchen ist $N_1 \cdot A \cdot dl$, also gilt $dA = N_1 \cdot A \cdot dl \cdot \sigma$. Einsetzen in die vorige Gleichung liefert

$$\frac{dF}{F} = -N_1 \sigma dl,$$

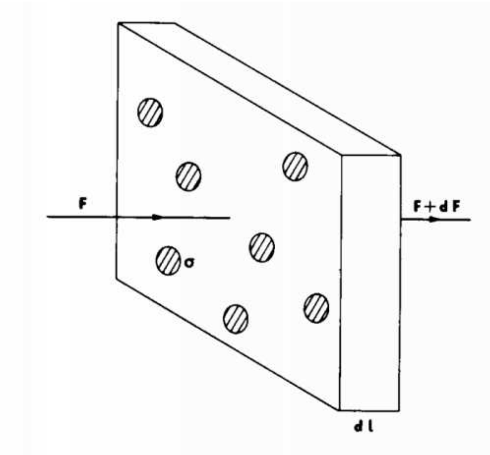

Abbildung 1: Absorbtion von Photonen

und nach Integration erhalten wir

$$F_1(l) = F_0 \cdot e^{-N_1 \sigma l},$$

das dem klassischen Ergebnis (Lambertsches Gesetz) entspricht.

Wir nehmen nun an, daß wir mindestens 2 diskrete Energieniveaus E_1 und E_2 haben, die durch Emission oder Absorbtion eines Photons der Energie $h\nu$ ineinander übergehen können. Der Wirkungsquerschnitt für stimulierte Emission ist genauso groß wie der für Absorbtion ($B_{12} = B_{21}$). Wenn wir N_2 angeregte Niveaus per Volumeneinheit haben, gilt

$$\frac{dF}{F} = +N_2 \sigma dl,$$

und wir erhalten genau wie eben

$$F_2(l) = F_0 \cdot e^{+N_2 \sigma l}.$$

Wenn ein Teil der Atome angeregt ist und ein Teil sich im Grundzustand befindet, haben wir insgesamt

$$F(l) = F_0 \cdot e^{(N_2 - N_1)\sigma l},$$

und wir können eine Verstärkung des Lichts erreichen, indem wir das Material so wählen, daß $N_2 - N_1 > 0$ ist.

2.4 3-Niveau-Laser

In Abbildung 2 auf der nächsten Seite haben wir schematisch das Prinzip des 3-Niveau-Lasers wiedergegeben. Der Laserübergang ist der Übergang $2 \to 2$. Das Niveau 3 brauchen wir für die Besetzungsinversion.

Wir betrahlen das optisch aktive Medium mit einer starken Lichtquelle. Das Medium absorbiert am stärksten Energien um $h \cdot \nu_{13}$, Elektronen werden von Nieveau 1 ins Niveau 3 gehoben (optisches Pumpen). Die Lebensdauer dieses angeregten Zustandes ist aber sehr kurz, die Elektronen fallen fast augenblicklich auf das Niveau 2, das eine (vergleichsweise) lange Lebensdauer hat. Wenn nun die Elektronen schneller "gepumpt" werden können als sie durch spontane Emission wieder in den Grundzustand übergehen können, haben wir Besetzungsinversion erreicht.

Um eine quantitave Beschreibung zu geben, schreiben wir die sogenannte Ratengleichung auf:

$$\frac{dN_2}{dt} = (W_{21} + A_{21})N_2 - (W_{13} + W_{12})N_1$$

Für den stationären Betrieb gilt

$$\frac{dN_2}{dt} = 0,$$

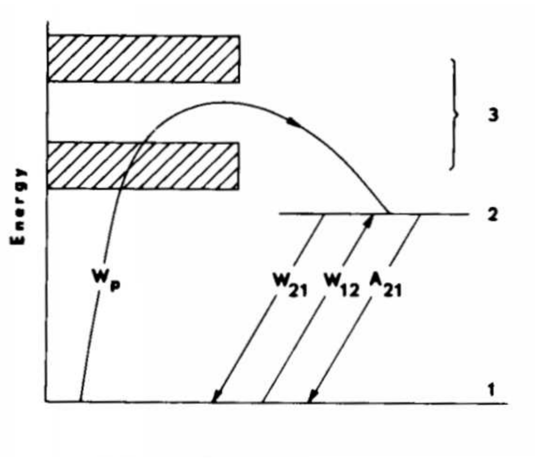

Abbildung 2: 3-Niveau-Laser

und daraus folgt unmmittelbar

$$(W_{21} + A_{21})N_2 = (W_{13} + W_{12})N_1,$$

oder anders ausgedrückt

$$N_2 - N_1 = \frac{W_{13} - A_{21}}{W_{13}A_{21} + 2W_{12}}.$$

Um Lichtverstärkung zu erhalten, muß $N_2 - N_1 > 0$ sein, d.h. $W_{13} > A_{21}$. Wir brauchen also (a) ein langlebiges Niveau 2, (b) eine starke Lichtquelle fürs Pumpen und (c) eine starke Absorbtion der "Pumpstrahlung".

2.5 He-Ne-Laser

Sowohl unser Experimentier- als auch der Pilotlaser sind He-Ne-Laser. Dieser ist ein 4-Niveau-Laser. In einem Laser diesen Typs liegt das niedrigste Niveau (nennen wir es Niveau 1) weit über dem Grundzustand (Niveau 0) und ist meistens nicht besetzt. Deshalb ist $N_1 = 0$, und es reicht, das Niveau 2 zu bevölkern (d.h. $N_2 \neq 0$), um Lichtverstärkung zu erreichen. 4-Niveau-Laser haben den Vorteil, daß sie

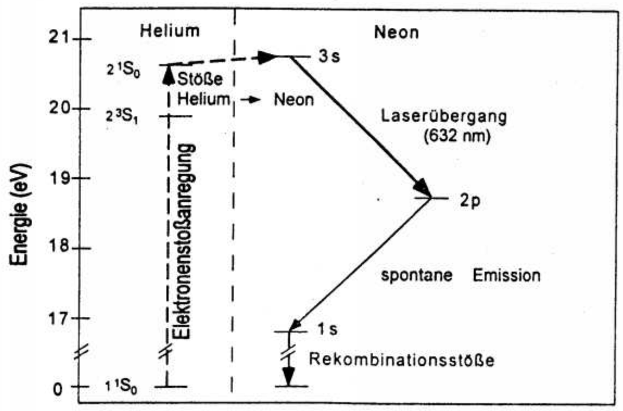

Abbildung 3: Energieniveauschema von He und Ne

leistungsfähiger sind und praktisch kein Laserlicht absorbieren (da das Niveau 1 sehr kurzlebig ist). Zu erwähnen ist auch, daß beim He-Ne-Laser nicht optisch gepumpt wird, sondern quasi "elektrisch". Das aktive Medium besteht aus Helium und Neon im Verhältnis 5:1 bei einem Druck von ca. 400 Pa. Das Pumpen geschieht durch eine Gasentladung in einer Röhre. Die Helium-Atome werden durch Elektronenstöße angeregt, geben aber ihre Energie sehr schnell an neutrale Neon-Atome ab, die ein Energie-Niveau haben, welches wenig unterhalb der Helium-Anregung liegt. Das Energieniveauschema von He und Ne haben wir in Abbildung 3 auf der vorherigen Seite dargestellt.

Der bei weitem wichtigste Laserübergang beim He-Ne-Laser ist die rote 632.8 nm Linie ($3s \rightarrow 2p$ im Neon). Diese besitzt auch die größte Verstärkung. Es gibt aber auch andere Übergänge, die zur Erzeugung von Laserstrahlen geeignet sind, wie z.B die 543 nm Linie (grüner He-Ne-Laser) und die 730 nm Linie.

Der He-Ne-Laser hat trotz seiner im Vergleich zu anderen Lasern geringen Leistung einige Vorteile. Dazu gehören sein geringer Preis, seine Einfachheit und seine Robustheit. Außerdem war der erste kontinuierlich arbeitende Laser von diesem Typ (allerdings benutzte man den 1.15 μm Übergang).

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

3.1 Bestimmung der Laser-Wellenlänge

Wir leiten den Laserstrahl streifend auf ein horizontales Lineal und beobachten das Interferenzmuster an der Wand. Wie der Abbildung 4 zu entnehmen ist, sind die reflektierten Wellen wieder in Phase, wenn $n\lambda = d(\sin(\alpha) - \sin(\beta))$ gilt.

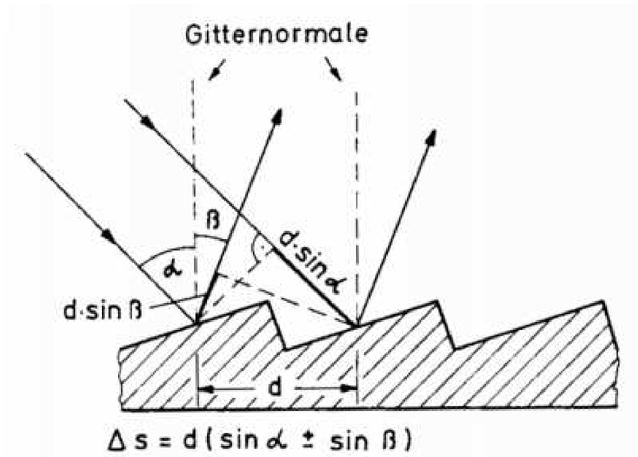

Abbildung 4: Reflexion am Gitter

Wir vermessen das Interferenzmuster, indem wir die Abstände der Maxima verschiedener Ordnungen vom Maximum 0. Ordnung bestimmen. Nach dieser Vermessung bestimmen wir die Position des durchgehenden Strahls im Interferenzmuster, indem wir das Lineal aus dem Strahlengang entfernen. Der Einfallswinkel des Lasers auf dem Lineal ist gleich dem Winkel zwischen dem direkten Strahldurchgang und dem Maximum 0. Ordnung, der direkte Strahldurchgang trifft auf das untere Maximum 0. Ordnung. Wir legen den Nullpunkt des Koordinatensystems in den Mittelpunkt zwischen den beiden Maxima 0. Ordnung.

Um eine Beziehung zwischen unseren Meßwerten und der Wellenlänge zu erhalten, nähern wir wie folgt:

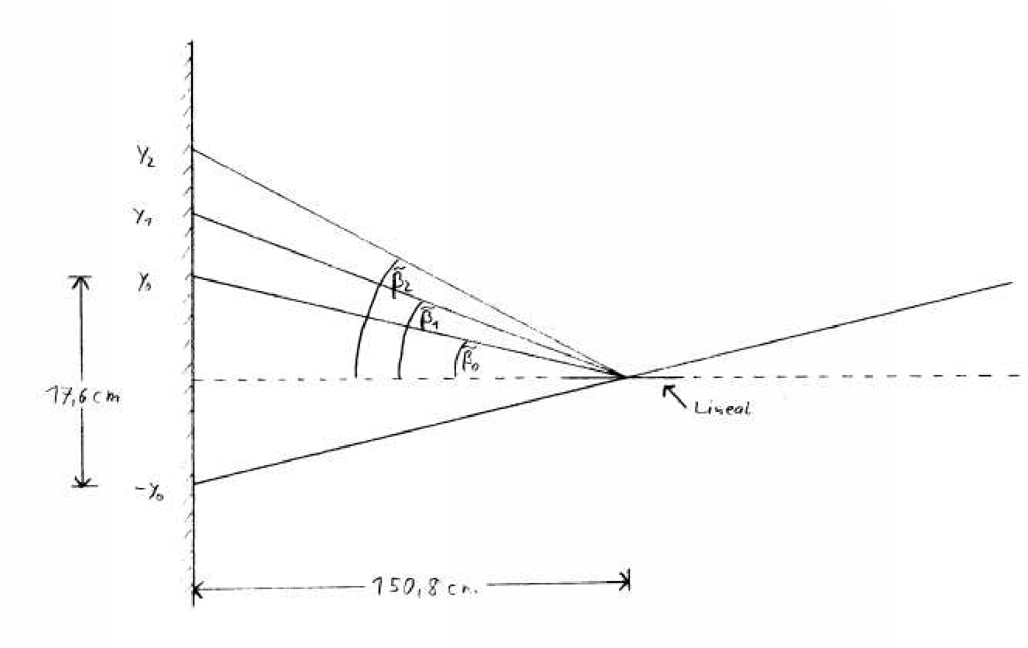

Abbildung 5: Winkel und Entfernungen zur Wellenlängenbestimmung

$$
\begin{aligned}
n\lambda &= d(\sin(\alpha) - \sin(\beta)) \\
&= d(\cos(\pi/2 - \alpha) - \cos(\pi/2 - \beta)) \\
&= d(\cos(\tilde{\alpha}) - \cos(\tilde{\beta})) \\
&= d((1 - \sin^2(\tilde{\alpha}))^{1/2} - (1 - \sin^2(\tilde{\beta}))^{1/2}) \\
&\simeq d((1 - \frac{1}{2}\tilde{\alpha}^2) - (1 - \frac{1}{2}\tilde{\beta}^2)) \\
&= d\left(\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y_n}{x_0}\right)^2\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y_0}{x_0}\right)^2\right)\right) \\
&= \frac{d}{2}\left(\frac{y_n^2 - y_0^2}{x_0^2}\right)
\end{aligned}
$$

Diese Beziehung erlaubt es uns, aus unseren Messungen die Wellenlänge λ zu bestimmen. Die Bedeutung der Variablen ergibt sich unmittelbar aus Abbildung 5. Als Fehler für x_0 haben wir $\Delta x_0 = 3$ cm angenommen. Der Fehler von $\Delta(y_n - y_0)$ war gegeben durch die Größe des Lichtflecks, den das Maximum n-ter Ordnung auf der Wand erzeugte. Als Fehler für y_0 haben wir $\Delta y_0 = 0.6$ cm angenommen. Der Fehler für λ läßt sich nun nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen. Unsere Meßwerte und die berechneten Größen sind in Tabelle 3 auf Seite 17 wiedergegeben.

Die einzelnen Meßergebnisse (und die daraus berechneten Größen) sind mit unterschiedlichen Fehlern gewichtet. Um diesem Sachverhalt Rechnung zu tragen (siehe z.B. [Ba]), bilden wir den gewichteten Mittelwert

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum \lambda_n/(\Delta\lambda_n)^2}{\sum 1/(\Delta\lambda_n)^2}.$$

Für das Quadrat des Fehlers ergibt sich

$$\mathrm{Var}(\bar{\lambda}) = \frac{1}{\sum 1/(\Delta\lambda_n)^2}.$$

Somit erhalten wir $\lambda = 666.31 \pm 7.72$ nm. Der Literaturwert von $\lambda = 632.8$ nm liegt leider außerhalb unseres 1σ-Fehlers.

Durch Mittelung kann man nur zufällige (statistische) Fehler verkleinern. Daß die tatsächliche Wellenlänge von unserem berechneten Wert so weit abweicht ($\geq 4\sigma$), ist ein Hinweis auf systematische Fehler. Das erste, was uns dabei einfällt, ist natürlich die Klein-Winkel-Näherung. Als weiteren Fehler können wir die Ungenauigkeit bei der Messung von x_0 anführen, der ebenfalls nicht statistischer Natur ist, ebenso wie die Fehler Δy_n. An der Anwendbarkeit der Mittelung zur genaueren Bestimmung der Wellenlänge λ seien Zweifel angebracht. Die gewichtete Mittelung wurde ausdrücklich erwünscht und deshalb auch durchgeführt.

3.2 Aufbau des Experimentierlasers

Für die Vorjustierung des Experimentierlasers benutzen wir den kommerziellen Pilotlaser, der ebenfalls ein He-Ne-Laser ist. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6 wiedergegeben.

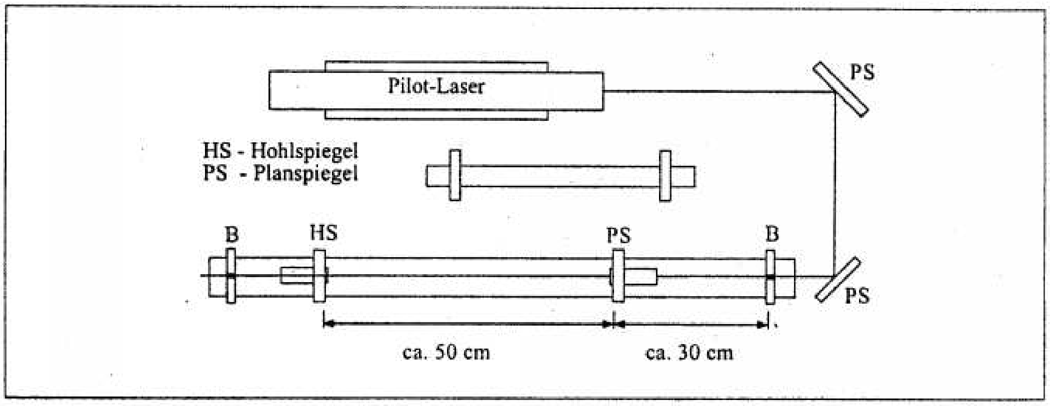

Abbildung 6: Aufbau des Experimentierlasers

Optische Achse

Mit 2 Planspiegeln lenken wir den Strahl des Pilotlasers ab und versuchen, ihn mit der optischen Achse des Experimentierlasers zur Deckung zu bringen, die durch Blenden auf der optischen Bank definiert ist. Nach unserer Justage konnte der Strahl die Blenden ungehindert passieren. Nun setzen wir das Laserrohr ein und verändern seine Position mit den 4 am Rohr befindlichen Justierschrauben, so daß der Pilotstrahl die Kapillare des Entladungsrohrs ohne Störung passieren kann. Ob der Strahl die Kapillare störungsfrei passiert oder nicht, können wir an der Form des Lichtflecks an der Wand hinter dem Laserrohr sehen.

Justage der Resonatorspiegel

Nun nehmen wir den Experimentierlaser wieder von der Schiene und setzen ca. 80 cm von der rechten Blende entfernt einen Hohlspiegel ein, der so ausgerichtet wird, daß der reflektierte Strahl zentrisch auf der rechten Blende liegt. Jetzt setzen wir einen Planspiegel ca. 50 cm von der rechten Blende entfernt auf die optische Bank. Wir justieren den Planspiegel so lange, bis der Rückreflex des Pilotlaserstrahls von der Rückseite des Planspiegels auf der rechten Blende zentriert ist. Zu bemerken ist, daß die beiden Spiegel speziell für die Verwendung im He-Ne-Laser dielektrisch beschichtet sind.

Einsetzen des Laserrohrs und Starten des Lasers

Wir erkennen, daß der Fleck des Pilotlaserstrahls auf dem Hohlspiegel pulsiert. Dies ist bedingt durch die kleinen zeitlichen Schwankungen des Spiegelabstands. Daran sehen wir, daß unsere Justage erfolgreich war. Nun setzen wir das Laserrohr ca. 5 cm vor dem rechten Spiegel wieder ein. Der Pilotlaser wird ausgeschaltet. Die Gasentladung im Laserrohr wird gestartet. Rein theoretisch sollte der Laser nun beginnen zu arbeiten, aber rein praktisch tut er das fast nie, so auch in unserem Fall.

Wir lösen die Befestigungsschrauben des linken Spiegels und rütteln ihn ein wenig (ganz vorsichtig), bis wir ein Aufblitzen des Lasers beobachten. Dann drehen wir den Spiegel in die gefundene Position, wo Laserbetrieb möglich ist und fixieren die Schrauben wieder.

Optimierung der Laserleistung

Hinter dem Hohlspiegel befindet sich eine Photodiode, die die Leistung des Experimentierlasers mißt. Unmittelbar nachdem der Laser gezündet hat, zeigt die Photodiode einen sehr niedrigen Gain an. Wir versuchen, diesen Gain zu erhöhen, indem wir sowohl an den Schrauben der beiden Resonatorspiegel als auch an den vier Justierschrauben des Laserrohrs drehen. Wir konnten zwar den Gain geringfügig steigern, der Leistungsgewinn lag aber unter 4 und reichte deshalb zur Weiterführung des Experiments nicht aus. Unser Assistent hat daraufhin die Fenster des Laserrohrs mit acetongetränktem Reinigungspapier gesäubert. Damit kamen wir auf einen Gain von über 5. Diese Laserleistung konnte in späteren Versuchsteilen noch übertroffen werden.

3.3 Messung des Strahlprofils und des Stabilitätsgebiets

Für die Messung des Strahlradius' $\omega(z)$ in Abhängigkeit von der Entfernung z vom rechten Spiegel verwenden wir einen Meßschieber. Diesen stellen wir auf 1.5 mm ein und bringen ihn in den Strahlengang. Wenn der Strahlradius kleiner als die eingestellte Öffnung des Meßschiebers ist, gibt es eine Position des Meßschiebers im Strahlengang, bei der der Laserbetrieb nicht unterbrochen ist. Nun verkleinern wir die Öffnung des Meßschiebers so lange, bis wir keine Position im Strahlengang finden können, bei der Laserbetrieb vorhanden ist. Die kleinste Öffnung, bei der noch Laserbetrieb auftritt, ist dann ein Maß für den Strahlradius.

Wir führen nun die Messung des Strahlradius für verschiedene Abstände L der Resonatorspiegel durch. Da wir nur außerhalb des Laserrohrs messen können, haben wir für den Bereich $10 \leq z \leq 50$ keine Meßwerte. Unsere Meßwerte $\omega(z)$ sind in Tabelle 2 auf Seite 16 wiedergegeben.

Der Strahlradius ist gemäß der Theorie gegeben durch

$$\omega_{\mathrm{Th}}(z) = \omega_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{(\lambda \cdot z)^2}{(\pi \cdot \omega_0^2)^2}},$$

wobei

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}\sqrt{L \cdot (R_{\mathrm{sph}} - L)}}.$$

In Abbildung 7 auf der nächsten Seite haben wir unsere Meßergebnisse graphisch dargestellt. Die gestrichelte Kurve ist $\omega_{\mathrm{Th}}(z)$.

In die Berechnung von ω_0 geht der Krümmungsradius des Hohlspiegels ein. Diesen bestimmen wir, indem wir nach dem maximalen Abstand der Resonatorspiegel suchen, bei dem noch Laserbetrieb vorhanden ist (Mit dem Experimentierlaser lassen sich Resonatorkonfigurationen zwischen $L = R_{\mathrm{sph}}/2$ und $L = R_{\mathrm{sph}}$ realisieren). Wir finden $R_{\mathrm{sph}} = 104.5$ cm.

Zum Vergleich mit unserer Messung haben wir die theoretischen Werte ω_{Th} und den Quotienten $\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$ aus dem gemessenen Strahlradius und dem berechneten in Tabelle 2 auf Seite 16 wiedergegeben. Wir stellen fest, daß die Übereinstimmung mäßig gut ist, die Abweichung beträgt teilweise fast 20%. Die Gründe für diese Abweichung sind folgende:

- Mit dem Meßschieber konnte der Strahlradius gar nicht genau bestimmt werden, die Skala war zu grob. Dies ist unserer Meinung nach die Hauptursache für die Abweichungen.
- Falls der Meßschieber nicht ganz senkrecht in den Strahlengang gehalten wurde, verkleinerte sich die effektive Öffnung ($\sim \cos(\theta)$).
- Beim messen mußten wir den Meßschieber hin- und herbewegen, um den Strahl duch die Öffnung des Meßschiebers zu schicken, dadurch wurde die Bestimmung von z ungenau.
- Der genaue Wert von R_{sph} ist nicht bekannt.

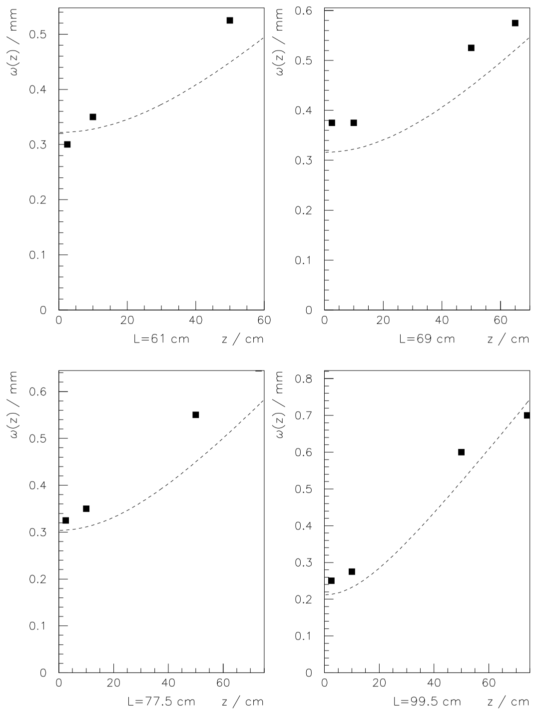

Abbildung 7: Strahlprofil des Experimentierlasers

3.4 Untersuchung der Polarisierung

Wir messen die Polarisation des Pilot- und des Experimentierlasers mit dem Versuchsaufbau in Abbildung 8.

Wir setzen das Polarisationsprisma zwischen Laser und Photodiode und messen die Intensität in Abhängkeit vom Drehwinkel des Prismas. Das Prisma hat eine ausgezeichnete Richtung, in der linear polarisiertes Licht durchgelassen wird. Aus Symmetriegründen genügt es offensichtlich, den Winkelbereich von 0° bis 180° durchzumessen. Unsere Meßwerte sind in Tabelle 4 auf Seite 18 wiedergegeben.

Bei der Messung der Polarisation des Experimentierlasers haben wir zunächst in Schritten von 10° gemessen und haben danach die Meßwerte in Schritten von 5° ergänzt. Offensichtlich änderte sich in der Zwichenzeit (geringfügig) die Intensität des Experimentierlasers, so daß wir ab 105° Werte bekamen, die allesamt etwas zu klein sind. Diese Werte haben wir in der graphischen Darstellung unserer Meßergebnisse deshalb ausgeschlossen.

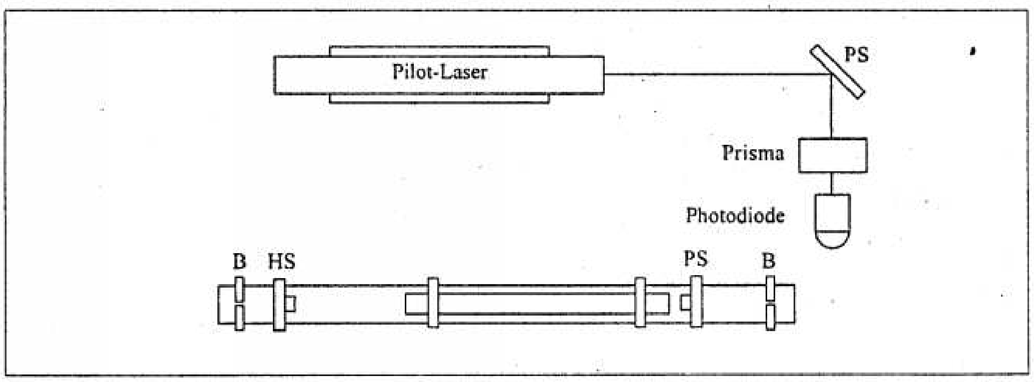

Abbildung 8: Versuchsaufbau zur Messung der Polarisation

In Abbildung 9 ist unsere Messung wiedergegeben. In diesem Fall eignet sich besonders die Polardarstellung für die Wiedergabe der Ergebnisse. In der Polardarstellung erkennen wir auf einen Blick, daß der Experimentierlaser polarisert ist, wohingegen der Pilotlaser nicht polarisiert ist.

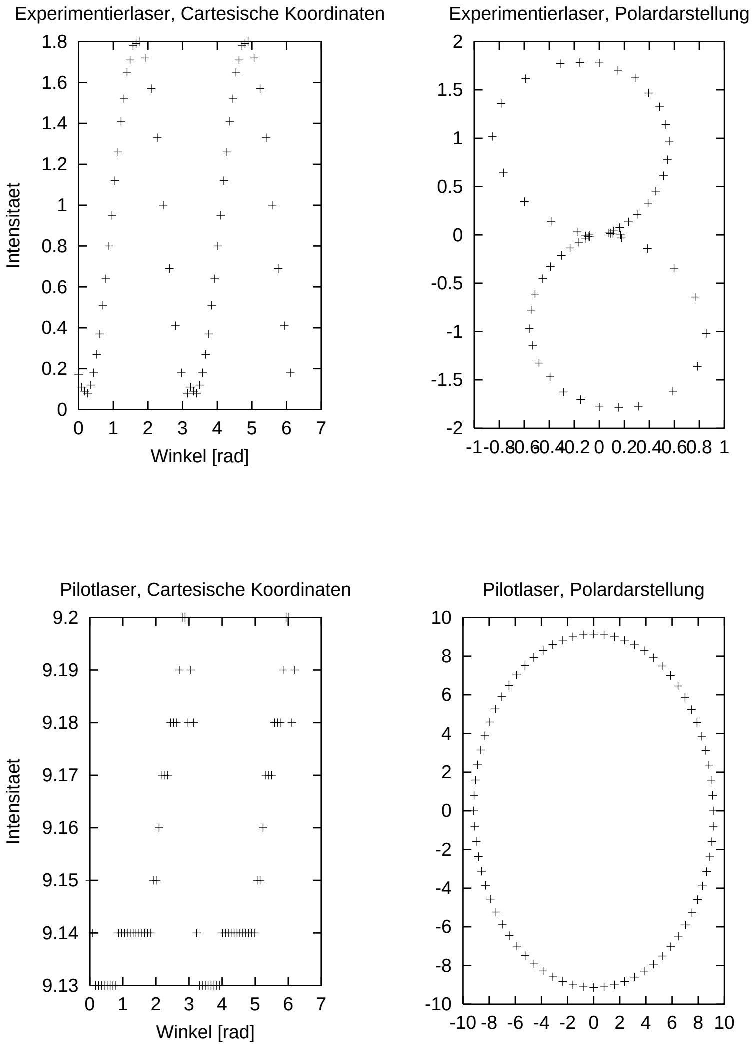

Abbildung 9: Polarisation des Experimentier- und des Pilotlasers

3.5 Optische Diode

Eine optische Diode läßt nur Licht in Vorwärtsrichtung durch, während rücklaufendes Licht nicht passieren kann. Die Diode in diesem Versuch ist aus einem Polarisator (Nicolsches Prisma) und einem $\lambda/4$-Blättchen aus Glimmer aufgebaut. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 10 dargestellt.

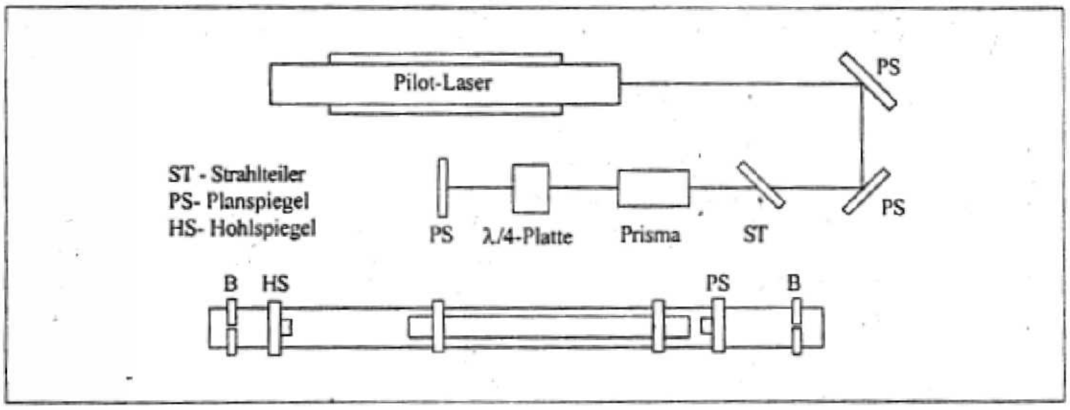

Abbildung 10: Versuchsaufbau der optischen Diode

Den Polarisator kann nur Licht einer bestimmten Polarisationsrichtung passieren. Das $\lambda/4$-Blättchen macht nun aus dem linear polarisierten Licht elliptisch polarisiertes (mit den Sonderfällen linear polarisiert und zirkular polarisiert). Man kann zirkulare Polarisation erzwingen, indem man das $\lambda/4$-Blättchen so dreht, daß der $\vec{E}$-Vektor des Strahls einen Winkel von 45° mit beiden Achsen des Kristalls bildet. Am Planspiegel wird der Strahl reflektiert, und nach dem erneuten Durchgang durch das $\lambda/4$-Blättchen erfolgt eine weitere Verzögerung von 90°, so daß die Gesamtverzögerung 180° beträgt. Der Strahl kann dann den Polarisator nicht mehr passieren.

Wir bauten die optische Diode zwischen Experimentier- und Pilotlaser auf, so daß wir durch Umsetzen der beiden Planspiegel den Versuchsaufbau nacheinander für beide Laser benutzen konnten. Die richtige Stellung des $\lambda/4$-Blättchens finden wir nun wie folgt raus: Wir führen in den Strahlengang einen Strahlteiler ein (siehe Abbildung 10). Im rücklaufenden Strahl (der auch aus Strahlen besteht, die von der Vorderseite des $\lambda/4$-Blättchens reflektiert wurden und nicht die optische Diode durchlaufen haben) existiert eine Restkomponente des Strahls, der das Glimmer-Blättchen zweimal durchlaufen hat. Diese Restkomponente versuchen wir zu minimieren, indem wir das $\lambda/4$-Blättchen drehen.

Für den (polarisierten) Experimentierlaser gelang dies ausgezeichnet, wir konnten die Restkomponente praktisch zum verschwinden bringen. Im Fall des (nicht polarisierten) Pilotlasers haben wir das $\lambda/4$-Blättchen so eingestellt, daß die Restkomponente minimal wurde. Sie war als schwacher Lichtfleck auf einem weißen Blatt Papier hinter dem Strahlteiler noch sichtbar.

3.6 Optischer Spektrum-Analysator

Wir wollen den Modenabstand des Experimentierlasers und des Pilotlasers bestimmen. Dazu benutzen wir einen optischen Spektrum-Analysator, dessen Aufbau in Abbildung 11 dargestellt ist.

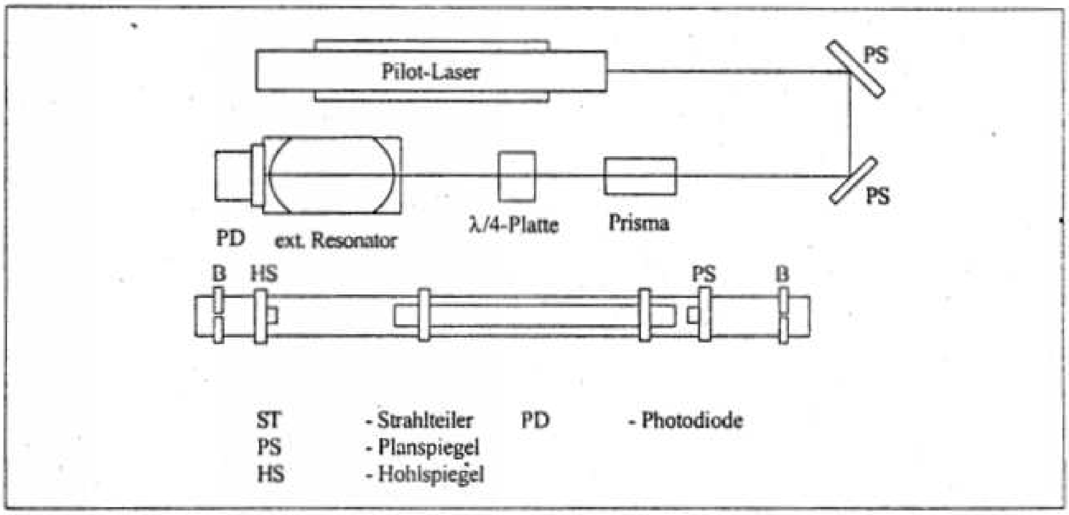

Abbildung 11: Versuchsaufbau des optischen Spektrum-Analysators

Wir bringen hinter der optischen Diode (die wir im vorhergehenden Versuchsteil aufgebaut hatten) einen konfokalen optischen Resonator in den Strahlengang. Der schwierige Teil des Versuchs besteht nun darin, die optische Achse des Resonators mit der Strahlachse des Lasers in Deckung zu bringen. Dazu stehen uns 4 Freiheitsgrade zur Verfügung (jeweils 2 für die zwei Spiegel des Resonators). Die Details, wie man die Justierung am sinnvollsten vornimmt, sind in dem Skript zum Laserversuch angegeben.

Die Moden des Resonators haben die Eigenfrequenzen

$$\nu_{\text{qmn}} = \left(q + \frac{m+n+1}{2}\right) \cdot \frac{c}{2L} \ ,$$

und der Abstand zweier Transversalmoden ist $\Delta\nu_R = c/2L$. Mit einem Piezoelement können wir die Resonatorlänge und dadurch die Frequenz ν_{qmn} des Resonators kontinuierlich variieren. Wenn nun der optische Resonator mit der Laserfrequenz in Resonanz ist, wird die Transmission des Resonators maximal. Die Intensität der Transmission messen wir mit einer Photodiode, deren Signal wir auf die y-Ablenkplatten eines Oszilloskops geben. Auf die x-Ablenkplatten geben wir eine zur Modulationswechselspannung des Piezoelements proportionale Spannung.

Auf dem Oszilloskop beobachteten wir zwei leicht gegeneinander verschobene Intensitätskurven. Die zweite Kurve ist das "Geisterbild" der ersten, das durch Asymmetrien im Piezokristall zustande kommt.

Das beobachtete Frequenzspektrum wiederholt sich periodisch. Wir messen die Breite d_R einer solchen Periode auf dem Oszilloskop. Da wir wissen, daß d_R dem Abstand $\Delta\nu_R = c/2L$ zweier Moden des Resonators entspricht, haben wir eine Eichung bekommen. Aus dem Abstand der kleinsten Maxima d_L erhalten wir sofort den Modenabstand des Lasers zu

$$\Delta\nu_L = d_L \cdot \frac{\Delta\nu_R}{d_R}.$$

Wir haben einen konfokalen Resonator, der Spiegelabstand L im Resonator ist also durch den Krümmungsradius des Hohlspiegels gegeben. Wir entnehmen dem Skript $L = 3.75$ cm. Für den Modenabstand des Resonators ergibt sich also $\Delta\nu_R = 1.9986$ GHz.

Für den Experimentierlaser haben wir $d_R = 5.8 \pm 0.2$ cm und $d_L = 1.1 \pm 0.2$ cm gemessen. Der Modenabstand des Lasers ist dann $\Delta\nu_L = 379.0 \pm 12.9$ MHz. Der Fehler von $\Delta\nu_L$ ergibt sich aus Gaußscher Fehlerpropagation. Bei L wurde kein Fehler angegeben, wir haben für die Berechnung $\Delta L = 0.01$ cm angenommen. Für die Länge des Resonator finden wir nach der Gleichung $\Delta\nu_L = c/2L \leftrightarrow L = c/(2\Delta\nu_L)$ den Wert $L = 39.6 \pm 1.3$ cm. Wir haben leider vergessen, die Länge des Resonators zu messen, und können deshalb die Werte nicht vergleichen. Aber 40 cm kommen ungefähr hin, der Wert ist also nicht völlig daneben.

Für den Pilotlaser haben wir $d_L = 2.0 \pm 0.2$ cm gemessen (d_R hat sich nicht geändert). Der Modenabstand des Lasers ist dann $\Delta\nu_L = 689.2 \pm 23.6$ MHz. Daraus folgt $L = 21.7 \pm 0.7$ cm für die Länge des Resonators. Der Vergleich mit der gemessenen Resonatorlänge war nicht möglich, weil der innere Aufbau des Pilotlasers uns nicht zugänglich war.

3.7 Messung des Modenabstands mittels Frequenzmischung

Der Versuchsaufbau zur Messung des Modenabstandes mittels Frequenzmessung ist in Abbildung 12 wiedergegeben.

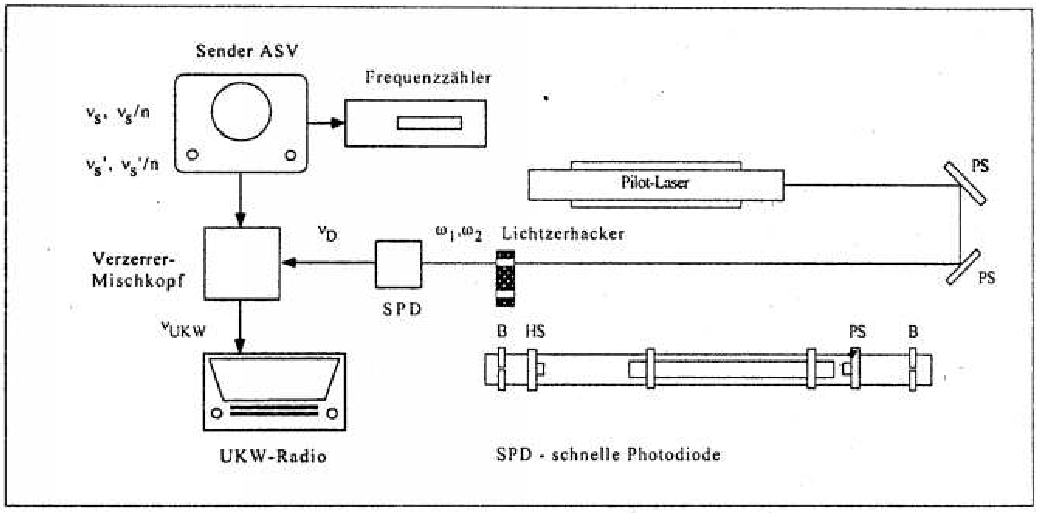

Abbildung 12: Versuchsaufbau zur Messung des Modenabstandes mittels Frequenzmessung

Schwingt ein Laser gleichzeitig auf 2 Frequenzen, gilt für die Amplitude

$$E(t) = E_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + E_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t).$$

Die Intensität ist dem Betragsquadrat der Amplitude proportional. Mit Hilfe der Additionstheoreme der trigonometrischen Funktionen können wir die Quadrate von Sinus umschreiben und erhalten

$$I(t) \sim \frac{1}{2}E_1^2\ (1 - \cos(2\omega_1 t)) + \frac{1}{2}E_2^2\ (1 - \cos(2\omega_2 t)) - E_1 E_2\ (\cos(\omega_1 + \omega_2)t - \cos(\omega_1 - \omega_2)t).$$

Das Spektrum des Diodenstroms enthält also die Frequenzen 0, $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$, $|\omega_1 - \omega_2|$. Wir messen $\nu_D = |\omega_1 - \omega_2|/2\pi$ indirekt durch Mischung von Hochfrequenzoszillationen in einer nichtlinearen Diode. Dazu mischen wir den Diodenstrom (der die Komponente $|\omega_1 - \omega_2|$ enthält) mit dem Ausgang ν_S eines Hochfrequenzsenders. Hierbei entsteht u.a. ein Mischsignal $\nu_{\text{UKW}} := \nu_D - \nu_S$, welches wir als Pfeifton im UKW-Empfänger nachweisen. Damit überhaupt ein Pfeifton entstehen kann, müssen wir zuvor den Laserstrahl mit einem Lichtzerhacker periodisch unterbrechen.

Die Mischdiode ist stark nichtlinear, deshalb kann man auch ein Signal am Radio bekommen, wenn die Resonanzbedingung $\nu_{\text{UKW}} = \nu_D - n \cdot \nu_{S_n}$ mit $\nu_{S_n} = \nu_S/n$ erfüllt ist.

Zur Bestimmung des Modenabstandes gehen wir nun wie folgt vor: Wir stellen $\nu_{\text{UKW}} = 100$ MHz fest am Hochfrequenzsender ein und fahren nun mit dem Radio den Frequenzbereich durch. Wenn ein Pfeifen zu hören ist, kontrollieren wir, ob es auch wirklich vom Laser stammt, indem wir mit der Hand das Lasersignal unterbrechen und gucken, ob das Pfeifen immer noch zu hören ist. Die Frequenz, bei der ein Pfeifen zu hören ist, notieren wir als ν_{S_n}; die Zuordnung zu einem n-Wert bleibt noch offen, dies werden wir bei der Auswertung unserer Ergebnisse machen.

In Tabelle 1 haben wir unsere Meßwerte wiedergegeben. Den Modenabstand kennen wir aus dem vorhergehenden Versuchsteil hinreichend genau ($\nu_D = 689.2$ MHz), so daß wir nun ein n suchen, das nach der Beziehung $\nu_D = \nu_{\text{UKW}} + n \cdot \nu_{S_n}$ einen Wert nahe dem uns bekannten Wert für den Modenabstand ergibt. Resonanzsignale erhält man auch, wenn die Relation $\nu'_D = \nu'_{S_n} - \nu_{\text{UKW}}$ gilt. Wir gehen genau so vor, wie eben beschrieben und erhalten die Werte für n und ν'_D in Tabelle 1. Als "richtigen" Wert für den Modenabstand haben wir nun denjenigen genommen, der dem Wert $\nu_D = 689.2$ MHz am nächsten kam. Über diese Werte haben wir gemittelt und die Standardabweichung als Fehler angegeben.

ν_{S_n} [MHz]	n	ν_D [MHz]	$\nu_D - 689.2$ [MHz]	$\nu'_D - 689.2$ [MHz]	n	ν'_D [MHz]	ν_D/ν'_D [MHz]
30.075	20	701.500	12.300	-7.250	26	681.950	681.950
33.432	18	701.776	12.576	13.168	24	702.368	701.776
35.102	17	696.734	7.534	-16.956	22	672.244	696.734
38.627	15	679.405	-9.795	-16.660	20	672.540	679.405
40.336	15	705.040	15.840	17.520	20	706.720	705.040
49.924	12	699.088	9.888	9.584	16	698.784	698.784
60.48	10	704.800	15.600	-2.960	13	686.240	686.240
100.287	6	701.722	12.522	13.096	8	702.296	701.722
120.88	5	704.400	15.200	56.960	7	746.160	704.400
161.696	4	746.784	57.584	19.280	5	708.480	708.480
174.383	3	623.149	-66.051	82.715	5	771.915	
						$< \nu_D >$	696.453
						σ	10.266

Tabelle 1: Präzise Bestimmung des Modenabstands für den Pilotlaser

Die Resonatorlänge berechnen wir wie zuvor und erhalten den Wert $L = 21.5 \pm 0.3$ cm für den Pilotlaser.

Trotz größter Anstrengung konnten wir beim Experimentierlaser kein Pfeifen feststellen. Die Laserleistung war hoch genug und die Justage des Aufbaus war ebenfalls in Ordnung. Eine mögliche Ursache ist, daß die Photodiode eine Fehlfunktion hatte. Nachdem unser Tutor ebenfalls erfolglos versucht hatte, ein Pfeifen hörbar zu machen, blieb uns nichts weiter übrig als den Mißerfolg der Messung zu protokollieren.

Literatur

[Ba] R. J. Barlow *Statistics: A Guide to the Use if Statistical Methods in the Physical Sciences* Wiley, 1989

[Kne] F. K. Kneubühl, M. W. Sigrist *Laser* Teubner, 1989

[Dem] W. Demtröder *Laserspektroskopie* Springer, 1991

[Be] Bergmann, Schäfer *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik* de Gruyter, 1993

[Po] R. W. Pohl *Optik und Atomphysik* Springer, 1976

A TABELLEN

L=61 cm	$\omega_0 = 0.322$ mm			
z [cm]	$2 \cdot \omega$ [mm]	ω [mm]	ω_{Th} [mm]	$\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$
2.5	0.60	0.300	0.322	0.93
10.0	0.70	0.350	0.328	1.07
50.0	1.05	0.525	0.449	1.17
58.0	1.20	0.600	0.485	1.24
L=69 cm	$\omega_0 = 0.316$ mm			
z [cm]	$2 \cdot \omega$ [mm]	ω [mm]	ω_{Th} [mm]	$\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$
2.5	0.75	0.375	0.316	1.19
10.0	0.75	0.375	0.322	1.16
50.0	1.05	0.525	0.449	1.17
65.0	1.15	0.575	0.521	1.10
L=77.5 cm	$\omega_0 = 0.304$ mm			
z [cm]	$2 \cdot \omega$ [mm]	ω [mm]	ω_{Th} [mm]	$\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$
2.5	0.65	0.325	0.304	1.07
10.0	0.70	0.350	0.311	1.13
50.0	1.10	0.550	0.450	1.22
73.0	1.30	0.650	0.572	1.14
L=99.5 cm	$\omega_0 = 0.212$ mm			
z [cm]	$2 \cdot \omega$ [mm]	ω [mm]	ω_{Th} [mm]	$\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$
2.5	0.50	0.250	0.213	1.17
10.0	0.55	0.275	0.232	1.18
50.0	1.20	0.600	0.520	1.15
74.0	1.40	0.700	0.734	0.95
96.0	1.70	0.850	0.937	0.91
L=104.5 cm	$\omega_0 = 0.0$ mm			
z [cm]	$2 \cdot \omega$ [mm]	ω [mm]	ω_{Th} [mm]	$\omega/\omega_{\mathrm{Th}}$
2.5	0.75	0.375	undefiniert	undefiniert
10.0	1.00	0.500	undefiniert	undefiniert
50.0	1.40	0.700	undefiniert	undefiniert
75.5	1.85	0.925	undefiniert	undefiniert
104.0	2.40	1.200	undefiniert	undefiniert

Tabelle 2: Messung des Strahlprofils des Experimentierlasers

$y_n - y_0$ [cm]	$\Delta(y_n - y_0)$ [cm]	y_n [cm]	Δy_n [cm]	λ_n [nm]	$\Delta\lambda_n$ [nm]	$(1/\Delta\lambda_n)^2$	$\lambda_n/(\Delta\lambda_n)^2$
1.7	0.2	10.5	0.63	721.40	96.70	0.000107	0.08
3.0	0.2	11.8	0.63	679.40	83.06	0.000145	0.10
4.2	0.2	13.0	0.63	671.05	76.29	0.000172	0.12
5.3	0.2	14.1	0.63	667.14	71.56	0.000195	0.13
6.3	0.2	15.1	0.63	662.12	67.76	0.000218	0.14
7.2	0.2	16.0	0.63	654.34	64.47	0.000241	0.16
8.2	0.2	17.0	0.63	664.51	63.02	0.000252	0.17
9.0	0.2	17.8	0.63	657.96	60.68	0.000272	0.18
9.9	0.2	18.7	0.63	665.11	59.61	0.000281	0.19
10.6	0.2	19.4	0.63	657.24	57.70	0.000300	0.20
11.4	0.2	20.2	0.63	660.81	56.76	0.000310	0.21
12.1	0.2	20.9	0.63	658.46	55.56	0.000324	0.21
12.7	0.2	21.5	0.63	650.83	54.13	0.000341	0.22
13.5	0.2	22.3	0.63	659.38	53.87	0.000345	0.23
14.1	0.2	22.9	0.63	655.17	52.85	0.000358	0.23
14.8	0.1	23.6	0.61	658.95	51.52	0.000377	0.25
15.4	0.1	24.2	0.61	657.28	50.84	0.000387	0.25
16.0	0.1	24.8	0.61	656.68	50.28	0.000396	0.26
16.6	0.1	25.4	0.61	656.97	49.82	0.000403	0.26
17.3	0.1	26.1	0.61	663.76	49.80	0.000403	0.27
17.9	0.1	26.7	0.61	665.32	49.49	0.000408	0.27
18.4	0.1	27.2	0.61	662.01	48.90	0.000418	0.28
19.0	0.1	27.8	0.61	664.77	48.72	0.000421	0.28
19.5	0.1	28.3	0.61	662.77	48.27	0.000429	0.28
20.0	0.1	28.8	0.61	661.37	47.88	0.000436	0.29
20.5	0.1	29.3	0.61	660.50	47.54	0.000442	0.29
21.1	0.1	29.9	0.61	664.96	47.54	0.000442	0.29
21.6	0.1	30.4	0.61	664.89	47.29	0.000447	0.30
22.1	0.1	30.9	0.61	665.20	47.07	0.000451	0.30
22.6	0.1	31.4	0.61	665.86	46.88	0.000455	0.30
23.1	0.1	31.9	0.61	666.83	46.73	0.000458	0.31
23.6	0.1	32.4	0.61	668.08	46.61	0.000460	0.31
24.1	0.1	32.9	0.61	669.59	46.51	0.000462	0.31
24.5	0.1	33.3	0.61	667.02	46.17	0.000469	0.31
25.1	0.1	33.9	0.61	673.29	46.38	0.000465	0.31
25.5	0.1	34.3	0.61	671.25	46.09	0.000471	0.32
25.9	0.1	34.7	0.61	669.51	45.83	0.000476	0.32
26.4	0.1	35.2	0.61	672.11	45.84	0.000476	0.32
26.9	0.1	35.7	0.61	674.86	45.86	0.000475	0.32
27.3	0.1	36.1	0.61	673.78	45.66	0.000480	0.32
27.7	0.1	36.5	0.61	672.92	45.48	0.000483	0.33
28.3	0.1	37.1	0.61	680.01	45.78	0.000477	0.32
28.7	0.1	37.5	0.61	679.46	45.63	0.000480	0.33
29.1	0.1	37.9	0.61	679.09	45.49	0.000483	0.33
$\sum \lambda_n/(\Delta\lambda_n)^2$	11.19						
$\sum 1/(\Delta\lambda_n)^2$	0.02						
$\frac{\sum \lambda_n/(\Delta\lambda_n)^2}{\sum 1/(\Delta\lambda_n)^2}$	666.31						
$1/\sum 1/(\Delta\lambda_n)^2$	59.54						

Tabelle 3: Messung der Wellenlänge des Pilotlasers

Winkel [°]	Leistung	
	exp. Laser	Pilotlaser
0	0.17	9.15
5	0.11	9.14
10	0.09	9.13
15	0.08	9.13
20	0.12	9.13
25	0.18	9.13
30	0.27	9.13
35	0.37	9.13
40	0.51	9.13
45	0.64	9.13
50	0.80	9.14
55	0.95	9.14
60	1.12	9.14
65	1.26	9.14
70	1.41	9.14
75	1.52	9.14
80	1.65	9.14
85	1.71	9.14
90	1.78	9.14
95	1.79	9.14
100	1.80	9.14
105	1.52	9.14
110	1.72	9.15
115	1.39	9.15
120	1.57	9.16
125	1.18	9.17
130	1.33	9.17
135	0.92	9.17
140	1.00	9.18
145	0.60	9.18
150	0.69	9.18
155	1.36	9.19
160	0.41	9.20
165	0.17	9.20
170	0.18	9.18
175	0.08	9.19
180	0.08	9.18

Tabelle 4: Polarisation des Experimentier- und des Pilotlasers