A246
Hochauflösende Laserspektroskopie

Jürgen Päpke   Akın Wingerter

6./7. März 2000

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch benutzen wir einen Laser der Wellenlänge λ=794 nm, dessen Eigenschaften zu untersuchen sind. Wir machen uns mit der Funktionsweise eines Fabry-Perot-Etalons vertraut, welches wir dann anschließend zur Frequenzeichung heranziehen. Wir spektroskopieren den D_1-Übergang in 2 Rubidium Isotopen und lernen die Technik der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie kennen.

2 Theorie

2.1 Termschema und Hyperfeinstruktur von Rubidium

Rubidium ist ein Alkali-Element, d.h. es hat abgeschlossene Schalen bis auf ein Valenzelektron in der äußersten Schale. Somit ist Rubidium wasserstoffähnlich, und wir können sein Termschema nachvollziehen.

2.1.1 Energieniveaus

Wir wollen die Energieniveaus des Wasserstoffatoms bestimmen. Dazu schreiben wir die zeitunabhängige Schrödingergleichung für das Wasserstoffatom hin:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{e^2}{r}\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

Wie an der Form des Potentials zu sehen ist, rechnen wir in Gauß-Einheiten.
Um diese Gleichung zu lösen, drücken wir den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten aus:

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)$$

Wie man sich durch direkte Rechnung leicht überzeugen kann ([La], p. 84), ist der Operator für das Quadrat des Drehimpulses bis auf einen Faktor gleich dem Winkelanteil des Laplace-Operators:

$$\hat{\ell}^2 = -\left[\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\right]$$

Wenn wir in der Schrödinger-Gliechung den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten ausdrücken und den Winkelanteil des Laplace-Operators gemäß der letzten Gleichung ersetzen, erhalten wir:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\hat{\ell}^2}{r^2}\psi\right] - \frac{e^2}{r}\psi = E\psi$$

Mit dem Separationsansatz

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

geht die vorige Gleichung wegen $\hat{\ell}^2 Y_{lm} = \ell(\ell+1)Y_{lm}$ über in die die radiale Schrödingergleichung

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}R + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{e^2}{r}\right]R = 0.$$

Wir führen atomare Einheiten ein, d.h. die Maßeinheiten für Masse, Länge, Zeit sind von nun an

$$m, \frac{\hbar^2}{me^2}, \frac{\hbar^3}{me^4}.$$

Die Gleichung in der neuen Gestalt ist (wir haben außerdem ausdifferenziert)

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}R + 2\left(E + \frac{1}{r}\right)R = 0.$$

Wir führen statt des Parameters E und der Variablen r die neuen Größen

$$n = \frac{1}{\sqrt{-2E}}, \quad \rho = \frac{2r}{n}$$

ein. Nach Einsetzen in die vorige Gleichung erhalten wir

$$R'' + \frac{2}{\rho}R' + \left[-\frac{1}{4} + \frac{n}{\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2}\right] R = 0.$$

Diese Gleichung kann man durch die Substitution $R = \rho^\ell e^{-\rho/2} w(\rho)$ in die Gleichung

$$\rho w'' + (2\ell + 2 - \rho)w' + (n - \ell - 1)w = 0$$

überführen, deren Lösung gegeben ist durch die konfluente hypergeometrische Funktion ([La], p. 631)

$$w = F(-n + \ell + 1, 2\ell + 2, \rho).$$

Aus physikalischen Gründen interessiert uns nur diejenige Lösung $R(r)$, die im Unendlichen verschwindet. Eine Lösung, die dieser Endlichkeitsforderung genügt, erhält man nur für negative ganzzahlige Werte von $-n + \ell + 1$, und in diesem Fall reduziert sich die Funktion auf ein Polynom ($\rightarrow$ zugeordnete Laguerre-Polynome). Also ist n eine positive ganze Zahl, und es gilt

$$n \geq \ell + 1.$$

Nach der Definition des Parameters n folgt

$$E = -\frac{1}{2n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

oder in normalen Einheiten

$$E = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}.$$

Für einen festen Wert von n kann der Bahndrehimpuls ℓ die Werte $\ell = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ annehmen. Alle Zustände mit gleichem n und verschiedenem ℓ haben die gleiche Energie ($\rightarrow$ Entartung). Zu jedem ℓ gehören $2\ell + 1$ verschiedene m, deshalb ist der Entartungsgrad des n-ten Energieniveaus

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = n^2.$$

2.1.2 Feinstruktur

Wie wir weiter oben gesehen haben, ist das n-te Energieniveau n^2-fach entartet. Bei diesen Überlegungen haben wir allerdings Wechselwirkungen außer Acht gelassen, die wir nun genauer betrachten wollen.

Feinstruktur

Die Elektronen haben Spin S und koppeln an den Bahndrehimpuls L (LS-Kopplung oder auch Russel-Saunders-Kopplung genannt). Der diese Kopplung beschreibende Term im Hamiltonian bewirkt eine Aufspaltung der Energieniveaus, nämlich jeder Zustand $|nl>$ spaltet in zwei Zustände $|nl, j = l + 1/2>$ und $|nl, j = l - 1/2>$ auf.

relativistische Effekte

Zur Feinstruktur zählt man auch die relativistische Korrektur zur kinetischen Energie. Wenn man den relativistischen Ausdruck für die Energie $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ nach Potenzen von p^2/m^2c^2 entwickelt, erhält man in nullter Ordnung die Ruhemasse mc^2, in erster Ordnung die uns vertraute kinetische Energie $\frac{p^2}{2m}$ und in zweiter Ordnung die Korrektur zur kinetischen Energie $\frac{p^4}{8m^3c^2}$.

Hyperfeinstruktur

Unter dem Begriff Hyperfeinstruktur faßt man die Dipol-Dipol-Wechselwirkung, den Kontaktterm und die elektrische Quadrupolwechselwirkung zusammen. Auf die Hyperfeinstruktur gehen wir in Abschnitt 2.1.3 auf der nächsten Seite näher ein.

Lamb-Shift

Der Lamb-Shift ist ein Effekt, der erst durch die Quantenelektrodynamik verstanden werden kann und den Rahmen der klassischen Quantenmechanik sprengt. Anschaulich kann man ihn sich so vorstellen, daß das Elektron ständig Photonen emittiert und wieder absorbiert, wodurch Energieverschiebungen der atomaren Niveaus hervorgerufen werden.

2.1.3 Hyperfeinstruktur

Zur Hyperfeinstruktur tragen die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und der Kontaktterm bei. Die elektrische Quadrupolwechselwirkung tritt bei schwereren Atomen auf, deren Ladungsverteilung von der Kugelform abweicht.

Wechselwirkung des Protonenspins mit dem Elektron-Bahndrehimpuls

Das Elektron umkreist das Proton und erzeugt dabei nach dem Biot-Savartschen Gesetz ein Magnetfeld

$$\vec{B}_\ell = \frac{\mu_0 e}{4\pi}\frac{\vec{p}\times\vec{r}}{r^3} = -\frac{\mu_0 e}{4\pi}\frac{\vec{L}}{r^3}$$

am Ort des Protons, mit dem das Proton, das das magnetische Dipolmoment

$$\vec{\mu}_p = g_p \mu_N \frac{\vec{I}}{\hbar}$$

hat, wechselwirkt, wobei g_p der Landé-Faktor, μ_N das Kernmagneton und $\vec{I}$ der Kernspin sind. Die Energie und damit der Hamiltonoperator ist dann gegeben durch

$$\mathcal{H}_\ell = -\vec{\mu}_p \cdot \vec{B}_\ell = \frac{\mu_0 e g_p \mu_N}{4\pi\hbar}\frac{\vec{L}\cdot\vec{I}}{r^3}$$

Wechselwirkung des Protonenspins mit dem Elektronspin

Das Proton erzeugt das Vektorpotential

$$\vec{A}(r) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\vec{\mu}_p \times \nabla\left(\frac{1}{r}\right)\right)$$

und somit das Magnetfeld

$$\vec{B}_s = \nabla\times\vec{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\nabla\times\left(\vec{\mu}_p\times\nabla\left(\frac{1}{r}\right)\right) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)\vec{\mu}_p - [(\vec{\mu}_p\cdot\nabla)\nabla]\frac{1}{r}\right),$$

das mit dem Dipolmoment des Elektrons

$$\vec{\mu}_e = g_e \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

wechselwirkt. Der Hamiltonoperator ist genauso wie oben gegeben durch

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_S = -\vec{\mu}_e\cdot\vec{B}_s &= -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\left(\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)\vec{S}\cdot\vec{I} - (\vec{I}\cdot\nabla)(\vec{S}\cdot\nabla)\frac{1}{r}\right)\\ &= -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}(-4\pi\delta(r)\;\vec{S}\cdot\vec{I} - \mathbb{X}),\end{aligned}$$

wobei wir zur Abkürzung $\mu_e = g_e\mu_B$ und $\mu_p = g_p\mu_N$ geschrieben, den ersten Term in der Klammer ausdifferenziert und den zweiten Summanden mit $\mathbb{X}$ bezeichent haben.

Um weiter rechnen zu können, müssen wir eine Fallunterscheidung vornehmen. Wie wir am Ende der Rechnungen sehen werden, kommen wir in beiden Fällen zur gleichen Formel.

Fall I: $r = 0$

Nur s-Elektronen haben eine am Kernort nichtverschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit, also können wir in diesem Fall $\ell = 0$ annehmen, womit auch $\mathcal{H}_\ell = 0$ ist. Wir schauen uns $\mathcal{H}_S$ genauer an. Der Term $\mathbb{X}$ ist in Koordinaten

$$\mathbb{X} = (\vec{I} \cdot \nabla)(\vec{S} \cdot \nabla)\frac{1}{r} = I_i\ S_j\ \partial_i\ \partial_j\ \frac{1}{r},$$

und weil die Wellenfunktion wegen $\ell = 0$ kugelsymmetrisch ist, überleben nur die Terme mit $i = j$, d.h.

$$\mathbb{X} = I_i\ S_i\ \partial_i^2\ \frac{1}{r} = \vec{S} \cdot \vec{I}\ \frac{1}{3}\ \nabla^2 \frac{1}{r} = -\frac{4\pi}{3}\ \delta(r)\ \vec{S} \cdot \vec{I},$$

und eingesetzt in den Hamiltonian ergibt sich

$$\mathcal{H}_S = -\frac{\mu_0 \mu_e \mu_p}{4\pi\hbar^2} \left(-4\pi\delta(r)\ \vec{S} \cdot \vec{I} + \frac{4\pi}{3}\ \delta(r)\ \vec{S} \cdot \vec{I} \right) = \frac{\mu_0 \mu_e \mu_p}{4\pi\hbar^2}\ \frac{8\pi}{3}\ \delta(r)\ \vec{S} \cdot \vec{I}.$$

Nun ist $\ell = 0$ und somit $J = L + S = S$, also können wir

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_\ell + \mathcal{H}_S = 0 + \mathcal{H}_S = A(nS_{1/2})\ \vec{J} \cdot \vec{I}$$

schreiben, wenn wir die Hyperfeinkopplungskonstante

$$A(nS_{1/2}) = \frac{\mu_0 \mu_e \mu_p}{4\pi\hbar^2}\ \frac{8\pi}{3}\ \delta(r)$$

einführen.

Fall I: $r \neq 0$

Für $\ell > 0$ hat das Elektron verschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort, also $\delta(r) = 0$. Von $\mathcal{H}_S$ bleibt nur der zweite Summand const$\cdot\mathbb{X}$ übrig. Betrachten wir diesen Term genauer.

$$\mathbb{X} = (\vec{I} \cdot \nabla)(\vec{S} \cdot \nabla)\frac{1}{r} = I_i\ S_j\ \partial_i\ \partial_j\ \frac{1}{r} = -I_i\ S_j\ \partial_i\ \frac{x_j}{r^3} = -I_i\ S_j\ \left(\frac{\delta_{ij}}{r^3} - 3\ \frac{x_i\ x_j}{r^5} \right) = -\frac{\vec{S} \cdot \vec{I}}{r^3} + 3\ \frac{(\vec{I} \cdot \hat{n})(\vec{S} \cdot \hat{n})}{r^3},$$

mit der Bezeichnung $\hat{n} = \vec{r}/r$ für den Einheitsvektor. Der Gesamthamiltonian ist die Summe

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_\ell + \mathcal{H}_S = -\frac{\mu_0 \mu_e \mu_p}{4\pi\hbar^2} \frac{1}{r^3} \left[\vec{L} \cdot \vec{I} - \vec{S} \cdot \vec{I} + 3\ (\vec{I} \cdot \hat{n})(\vec{S} \cdot \hat{n}) \right] = -\frac{\mu_0 \mu_e \mu_p}{4\pi\hbar^2} \frac{1}{r^3}\ \vec{G} \cdot \vec{I},$$

woebi wir mit $\vec{G}$ den Ausdruck

$$\vec{G} = \vec{L} - \vec{S} + 3\ (\vec{S} \cdot \hat{n})\ \hat{n}$$

bezeichnen. Da wir in der Basis $|J, m_J\rangle$ arbeiten, ist nur die Projetion in Richtung J von Interesse. Wir bezeichnen diese Projektion wieder mit $\vec{G}$. Setzen wir $\vec{G} = \beta(\vec{G} \cdot \vec{J})\vec{J}$, so können wir die Konstante β leicht bestimen:

$$\vec{G} = \beta(\vec{G} \cdot \vec{J})\vec{J} \quad \rightarrow \quad \langle Jm_J | \vec{G} \cdot \vec{J} | Jm_J \rangle = \beta \, \langle Jm_J | (\vec{G} \cdot \vec{J})\vec{J}^2 | Jm_J \rangle = \beta\hbar^2 j(j+1) \, \langle Jm_J | \vec{G} \cdot \vec{J} | Jm_J \rangle \,,$$

und daraus folgt

$$\beta = \frac{1}{\hbar^2 j(j+1)}.$$

Wir können somit $\vec{G}$ schreiben als

$$\vec{G} = \frac{1}{\hbar^2 j(j+1)}(\vec{G} \cdot \vec{J})\vec{J}.$$

Im Hamiltonian steht $\vec{G}\cdot\vec{I}$, also berechnen wir nun diesen Ausdruck:

$$\vec{G}\cdot\vec{I} = \frac{1}{\hbar^2 j(j+1)}(\vec{G}\cdot\vec{J})\ \vec{J}\cdot\vec{I}$$

Der Term $\vec{J}\cdot\vec{I}$ sieht schon mal ganz gut aus, er hat die Form, die wir haben wollen. Den Term $\vec{G}\cdot\vec{J}$ werden wir weiter vereinfachen.

$$\begin{aligned}
\vec{G}\cdot\vec{J} &= (\vec{L}-\vec{S}+3\,(\vec{S}\cdot\hat{n})\,\hat{n})\cdot(\vec{L}+\vec{S}) \\
&= \vec{L}^2 - \vec{L}\cdot\vec{S} + 3\,(\vec{S}\cdot\hat{n})\,\underbrace{(\vec{L}\cdot\hat{n})}_{=0} + - \vec{L}\cdot\vec{S} - \vec{S}^2 + 3\,(\vec{S}\cdot\hat{n})^2 \\
&= \vec{L}^2 - [\vec{S}^2 - 3\,(\vec{S}\cdot\hat{n})^2]
\end{aligned}$$

Der Term in eckigen Klammern ist im Mittel ebenfalls $= 0$, wie eine Winkelintegration zeigt:

$$\vec{S}^2 - 3\,(\vec{S}\cdot\hat{n})^2 = \vec{S}^2(1-3\cos^2\theta),$$

$$\left\langle \vec{S}^2(1-3\cos^2\theta)\right\rangle = \vec{S}^2\ 2\pi\int_0^{\pi}(1-3\cos^2\theta)\ d\cos\theta = \vec{S}^2\ 2\pi\int_{-1}^{1}(1-3x^2)\ dx = 0.$$

Fassen wir unsere Ergebnisse zusammen, so können wir schreiben:

$$\vec{G}\cdot\vec{I} = \frac{1}{\hbar^2 j(j+1)}(\vec{G}\cdot\vec{J})\ \vec{J}\cdot\vec{I} = \frac{\vec{L}^2}{\hbar^2 j(j+1)}\ \vec{J}\cdot\vec{I},$$

und schließlich

$$\mathcal{H} = -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\frac{1}{r^3}\ \vec{G}\cdot\vec{I} = -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\frac{1}{r^3}\ \frac{\vec{L}^2}{\hbar^2 j(j+1)}\ \vec{J}\cdot\vec{I}.$$

Mit $\vec{F} = \vec{I}+\vec{J}$ bezeichnen wir den Gesamtdrehimpuls und wählen die Basis $|F, m_F\rangle$, um die Energieeigenwerte zu berechnen:

$$\langle Fm_F|\mathcal{H}|Fm_F\rangle = -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\left\langle\frac{1}{r^3}\right\rangle\ \frac{\ell(\ell+1)}{\hbar^2 j(j+1)}\ \langle Fm_F|\vec{J}\cdot\vec{I}|Fm_F\rangle$$

Mit dem üblichen Trick $\vec{J}\cdot\vec{I} = \vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{J}^2$ und dem Ausdruck

$$\left\langle\frac{1}{r^3}\right\rangle = \frac{1}{a_0^3 n^3 \ell(\ell+1)(\ell+1/2)},$$

den man durch elementare Integration nachrechnen kann, haben unsere Energieeigenwerte die endgültge Form

$$E_{Fm_F} = -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\ \frac{1}{a_0^3 n^3\ell(\ell+1)(\ell+1/2)}\ \frac{\ell(\ell+1)}{\hbar^2 j(j+1)}\ \frac{F(F+1)-I(I+1)-J(J+1)}{2},$$

und wenn wir die Hyperfeinkopplungskonstante

$$A(nL_J) = -\frac{\mu_0\mu_e\mu_p}{4\pi\hbar^2}\ \frac{1}{a_0^3 n^3(\ell+1/2)\hbar^2 j(j+1)},$$

einführen, nimmt das Ergebnis die übersichtliche Gestalt

$$E_{Fm_F} = \frac{A(nL_J)}{2}\ [F(F+1)-I(I+1)-J(J+1)],$$

an, an der wir die Energieaufspaltung leicht ablesen können.

2.2 Linienbreite

Wie wir in der Versuchsauswertung sehen werden, können nicht immer alle Spektrallinien aufgelöst werden, weil sie eine gewisse Breite haben, und wenn sie sich zu nahe kommen, sich überlappen können. Das Auflösungsvermögen der linearen Spektroskopie ist durch die Dopplerverbreiterung begrenzt.

2.2.1 Natürliche Linienbreite

Bei der Absorbtion oder Emission von Licht, die zu einem Übergang zwischen zwei Energieniveaus des atomaren Systems führen, ist die Frequenz der entsprechenden Spektrallinie nicht streng monochromatisch. Auch bei beliebig guter Auflösung beobachtet man eine Frequenzverteilung. Diese Verteilung können wir uns im semiklassischen Bild erklären, indem wir uns vorstellen, daß sich das Elektron wie ein harmonischer Oszillator verhält, der gedämpfte Schwingungen ausführt. Wegen der zeitlich abklingenden Schwingungsamplitude ist dann die Frequenz nicht mehr monochromatisch.

Eine in unseren Augen bessere Erklärung ist die Energie-Zeit-Unschärfe $\Delta E \cdot \Delta t \simeq \hbar$. Wegen der endlichen Lebensdauer des Energieniveaus kann der Zustand keine scharf definierte Energie, d.h. Frequenz, haben. Die natürliche Linienverbreiterung ist immer vorhanden, man kann sie durch experimentelle Tricks nicht verkleinern oder zum verschwinden bringen. Das Intensitätsprofil heißt *Lorentzprofil* und hat die Form

$$g(\omega - \omega_0) = \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}.$$

Die natürliche Linienbreite ist von der Größenordnung $\delta\nu = 10$ MHz.

2.2.2 Dopplerverbreiterung

Bewegt sich ein Atom mit einer bestimmten Geschwindigkeit, so wird sich seine Frequenz für einen ruhenden Beobachter von seiner Frequenz im Ruhezustand unterscheiden. Im thermischen Gleichgewicht haben die Geschwindigkeiten eine Maxwellsche Verteilung. Diese Verteilung ergibt für die Frequenz der emittierten oder absorbierten Strahlung eine Gaußkurve (*Dopplerprofil)*:

$$I(\omega) = I(\omega_0) \exp[-c((\omega - \omega_0)/(\omega_0 v_w))^2]$$

Die beobachteten Spektrallinien haben kein reines Gaußprofil. Wir haben nämlich die natürliche Linienbreite außer Acht gelassen. Das eigentliche Profil erhalten wir durch Faltung des Lorentzprofils mit dem Dopplerprofil (*Voigtprofil*):

$$I(\omega) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-c((\omega - \omega')/(\omega' v_w))^2]}{(\omega - \omega')^2 + (\gamma/2)^2} \, d\omega'$$

Die Dopplerverbreiterung überdeckt meistens die Effekte der natürlichen Linienbreite. Sie übertrifft die natürliche Linienbreite um 2 Größenordnungen.

2.2.3 Stoßverbreiterung

Nähert sich ein Atom einem anderen, so werden infolge der Wechselwirkung die Energieniveaus beider Atome verschoben. Diese Energieverschiebung hängt ab von der Struktur der Elektronenhülle der beiden Atome und von deren gegenseitigem Abstand. In einem Gasgemisch sind die Abstände statistisch verteilt, und somit ist auch die Frequenz der absorbierten oder emittierten Strahlung um einen Wert $\bar{\nu}$ statistisch verteilt.

2.2.4 Homogene und inhomogene Linienverbreiterung

Man unterscheidet zwischen Wechselwirkungen, die auf alle beteiligten Atome in gleicher Weise einen Einfluß haben und die Linienbreite in gleicher Weise beeinflussen (homogene Linienverbreiterung), und solchen Wechselwirkungen, die für verschiedene Gruppen von Atomen verschiedene Linienbreiten erzeugen (inhomogene Linienverbreiterung).

Ein Beispiel für die homogene Linienverbreiterung ist die natürliche Linienbreite. Sie ist für alle Atome desselben Typs gleich.

Ein Beispiel für die inhomogene Linienverbreiterung ist die Dopplerverbreiterung. Die Breite der Linie hängt von der Geschwindigkeit des Atoms ab und ist für verschiedene Atome verschieden groß.

2.3 Funktionsweise eines Lasers

Ein Laser besteht aus einem optisch aktiven Medium, das man in einen geeigneten optischen Resonator bringt (meistens zwei sich gegenüber stehende Spiegel). Wenn der optische Resonator korrekt justiert ist, werden die Strahlen im Resonator mehrmals hin und her reflektiert (und passieren dabei das optisch aktive Medium). Licht, das durch ein optisch aktives Medium geht, kann durch einen Prozeß, den man "stimulierte Emission" nennt, verstärkt werden. Unter bestimmten Umständen kann die stimulierte Emission die Absorbtion überwiegen, und man erhält einen starken, gerichteten Strahl. Die Anordnung nennt man dann Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation), und man sagt, daß der Laser "laset".

2.3.1 Emission und Absorbtion

Atome (oder Moleküle) mit Energieniveaus E_1 und E_2 können Licht der Frequenz $h \cdot \nu = E_2 - E_1$ absorbieren. Die Wahrscheinlichkeit W_{12}, daß ein Atom in einer Sekunde ein Photon absorbiert, ist proportional zur spektralen Energiedichte $\rho(\nu)$ des Strahlungsfeldes (zur Definition der spektralen Energiedichte: $\rho(\nu)d\nu$ ist die Energie pro Volumeneinheit im Frequenzintervall $d\nu$). Der Proportionalitätsfaktor B_{12} heißt Einstein-Koeffizient:

$$W_{12} = B_{12}\rho(\nu) \text{ bei Absorbtion}$$

Analog kann das Strahlungsfeld Atome im angeregten Zustand E_2 veranlassen, unter Aussendung eines Photons der Energie $h \cdot \nu = E_2 - E_1$ in den energetisch tieferen Zustand E_1 überzugehen. Dieser Prozeß heißt induzierte Emission. Die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photons ist gegeben durch

$$W_{21} = B_{21}\rho(\nu) \text{ bei induzierter Emission}$$

Dabei gilt $B_{12} = B_{21}$, siehe z.B. [Dem]. Ein angeregtes Atom kann seine Energie auch ohne äußere Einwirkung abgeben. Die Energie des emittierten Photons ist wie eben gegeben durch $h \cdot \nu = E_2 - E_1$, und für die Wahrscheinlichkeit gilt

$$W_{21} = A_{21} \text{ bei spontaner Emission}$$

Da die spontane Emission vom Strahlungsfeld unabhängig ist, tritt die spektrale Energiedichte in der vorigen Gleichung nicht auf.

2.3.2 Optisch aktives Medium

Betrachten wir nun ein Stück optisch aktives Material der Fläche A, Dicke d, Länge l, und wir nehmen an, daß wir N_1 Absorber per Volumeneinheit haben, jeweils mit Wirkungsquerschnitt σ.
F sei der Fluß der Photonen pro Zeit- und Flächeneinheit. Das Verhältnis der Zahl der absorbierten Photonen dF zur Gesamtzahl F ist gleich dem Verhältnis der Summe der Wirkungsquerschnitte dA zur Fläche A:

$$\frac{dF}{F} = -\frac{dA}{A}$$

Die Anzahl der Absorber in dem betrachteten Stückchen ist $N_1 \cdot A \cdot dl$, also gilt $dA = N_1 \cdot A \cdot dl \cdot \sigma$. Einsetzen in die vorige Gleichung liefert

$$\frac{dF}{F} = -N_1 \sigma dl,$$

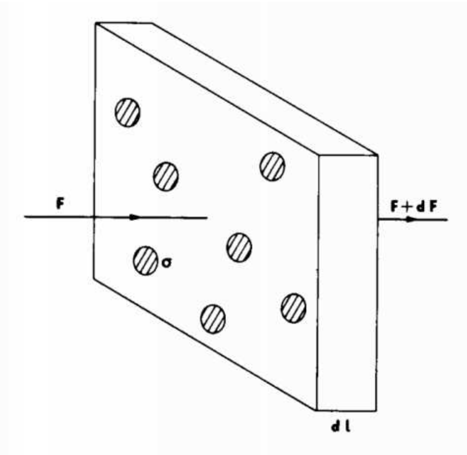

Abbildung 1: Absorbtion von Photonen

und nach Integration erhalten wir

$$F_1(l) = F_0 \cdot e^{-N_1 \sigma l},$$

das dem klassischen Ergebnis (Lambertsches Gesetz) entspricht.
Wir nehmen nun an, daß wir mindestens 2 diskrete Energieniveaus E_1 und E_2 haben, die durch Emission oder Absorbtion eines Photons der Energie $h\nu$ ineinander übergehen können. Der Wirkungsquerschnitt für stimulierte Emission ist genauso groß wie der für Absorbtion ($B_{12} = B_{21}$). Wenn wir N_2 angeregte Niveaus per Volumeneinheit haben, gilt

$$\frac{dF}{F} = +N_2 \sigma dl,$$

und wir erhalten genau wie eben

$$F_2(l) = F_0 \cdot e^{+N_2 \sigma l}.$$

Wenn ein Teil der Atome angeregt ist und ein Teil sich im Grundzustand befindet, haben wir insgesamt

$$F(l) = F_0 \cdot e^{(N_2 - N_1)\sigma l},$$

und wir können eine Verstärkung des Lichts erreichen, indem wir das Material so wählen, daß $N_2 - N_1 > 0$ ist.

2.3.3 3-Niveau-Laser

In Abbildung 2 auf der nächsten Seite haben wir schematisch das Prinzip des 3-Niveau-Lasers wiedergegeben. Der Laserübergang ist der Übergang $2 \rightarrow 2$. Das Niveau 3 brauchen wir für die Besetzungsinversion. Wir betrahlen das optisch aktive Medium mit einer starken Lichtquelle. Das Medium absorbiert am stärksten Energien um $h \cdot \nu_{13}$, Elektronen werden von Nieveau 1 ins Niveau 3 gehoben (optisches Pumpen). Die Lebensdauer dieses angeregten Zustandes ist aber sehr kurz, die Elektronen fallen fast augenblicklich auf das Niveau 2, das eine (vergleichsweise) lange Lebensdauer hat. Wenn nun die Elektronen schneller "gepumpt" werden können als sie durch spontane Emission wieder in den Grundzustand übergehen können, haben wir Besetzungsinversion erreicht.
Um eine quantitave Beschreibung zu geben, schreiben wir die sogenannte Ratengleichung auf:

$$\frac{dN_2}{dt} = (W_{21} + A_{21})N_2 - (W_{13} + W_{12})N_1$$

Für den stationären Betrieb gilt

$$\frac{dN_2}{dt} = 0,$$

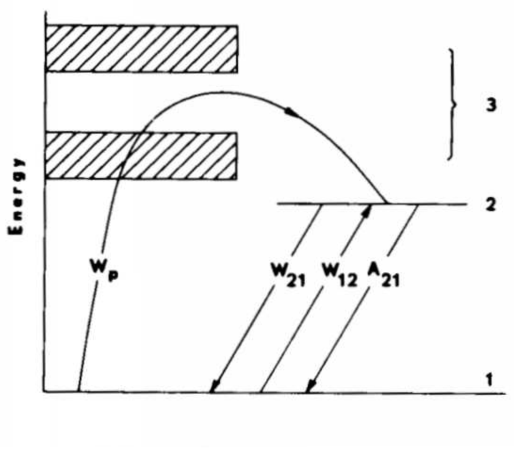

Abbildung 2: 3-Niveau-Laser

und daraus folgt unmmittelbar

$$(W_{21} + A_{21})N_2 = (W_{13} + W_{12})N_1,$$

oder anders ausgedrückt

$$N_2 - N_1 = \frac{W_{13} - A_{21}}{W_{13}A_{21} + 2W_{12}}.$$

Um Lichtverstärkung zu erhalten, muß $N_2 - N_1 > 0$ sein, d.h. $W_{13} > A_{21}$. Wir brauchen also (a) ein langlebiges Niveau 2, (b) eine starke Lichtquelle fürs Pumpen und (c) eine starke Absorbtion der "Pumpstrahlung".

2.3.4 Halbleiterlaser

Die zwei uns zur Verfügung stehenden Laser sind beide Halbleiterlaser. An dieser Stelle gehe ich kurz auf deren Funktionsweise ein. Wenn man durch einen dotierten np-Halbleiter in Durchlaßrichtung einen Strom schickt, können Elektronen und Löcher in der Grenzschicht rekombinieren und die Rekombinationsenergie in Form von Licht ausstrahlen. Die Wellenlänge ist bestimmt durch die Energiedifferenz zwischen den an der Emission beteiligten Halbleiterniveaus und kann 55 - 60000 nm betragen. Oberhalb einer durch den Halbleiter bestimmten Schwellwertstromstärke kann das Strahlungsfeld in der Grenzschicht, verstärkt durch Vielfachreflektion zwischen den ebenen Endflächen des Kristalls, so stark werden, daß die Rekombination überwiegend durch induzierte Emission geschieht.

2.4 Prinzip der Sättigungsspektroskopie

Bei den klassischen Lichtquellen, die man zur Spektroskopie verwendet, ist die Wahrscheinlichkeit für die induzierte Absorbtion, die ein Atom aus dem Grundzustand in einen angeregten Zustand versetzt, viel kleiner als die Zerfallswahrscheinlichkeit jenes angeregten Zustandes, so daß sich zu jedem Zeitpunkt die meisten Atome im Grundzustad befinden.

Mit der Erfindung des Lasers und seiner Verwendung in der Spektroskopie hat man eine Lichtquelle mit sehr hoher spekraler Leistung an die Hand bekommen, mit deren Hilfe man erreichen kann, daß durch induzierte Absorbtion so viele Atome sich in einen angeregten Zustand gehoben werden, daß die Absorbtionswahrscheinlichkeit, die proportional zur Differenz der Besetungszahlen des Grundzustands und des angeregten Zustands ist, sehr klein wird. Man spricht von der "Sättigung" einer Absorbtionslinie.

Der Absorbtionskoeffizient für ruhende Atome kann berechnet werden und hat die Form

$$\kappa\nu = \kappa_0 \frac{(\Delta\nu/2)^2}{((\nu-\nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2)(1+S)},$$

wobei S der Sättigungsparameter ist.

Diese Sättigung nutzen wir aus, um die durch die Dopplerverbreiterung gesetzten Grenzen bei der Auflösung der Spektrallinien zu umgehen. Wir benutzen 2 Laserstrahlen, einen sogenannten (starken) "Pumpstrahl" und einen (schwachen) "Probestrahl". Wir wollen uns den Effekt des Pumpstrahls auf Atome mit Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung genauer ansehen. Wenn der Pumpstrahl das Medium durchquert, regt er jene Atome in einen angeregten Zustand an, deren Geschwindigekit im Intervall $v \pm \Delta v/2$ liegen, wobei $kv = \omega - \omega_0$ und $k\Delta v = \gamma$ gelten (Die Atome sehen die Frequenz des Strahls doppler-geshiftet). Es befinden sich mehr Atome im angeregten Zustand und die Wahrscheinlichkeit für den Übergang in einen angeregten Zustand wird kleiner. Der Pumpstrahl "brennt" ein Loch in das Profil des Absorbtionskoeffizienten.

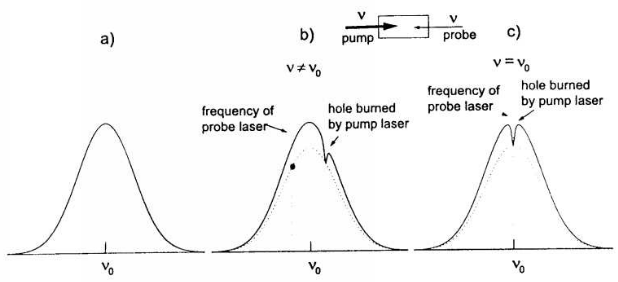

Abbildung 3: Zur Entstehung des Lamb-Dips

Wie sehen wir nun dieses Loch ? An der Stelle dieses Loches (Bennet hole genannt) ist die Wahrscheinlichkeit zur induzierten Absorbtion kleiner geworden. Wir testen diese Wahrscheinlichkeit mit einem zweiten Laser, dem oben erwähnten Probestrahl. Der Probestrahl ist jedoch dem Pumpstrahl genau entgegengerichtet, d.h. wenn der Pumpstrahl von links kommt, so kommt der Probestrahl von rechts und interagiert mit einer anderen Geschwindigkeitsklasse von Atomen (siehe Abbildung 3 b)). Wenn nun beide Laser auf die Resonanzfrequenz eingestellt sind, ist das Bennet-Loch genau in der Mitte der Profilkurve, und der Probestrahl testet diesen Bereich, d.h. er sieht auch tatsächlich dieses Loch.

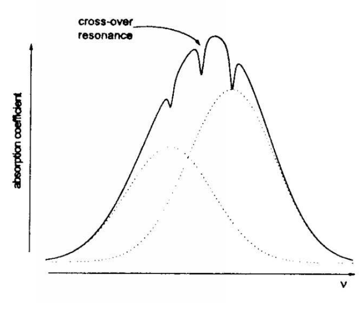

Abbildung 4: Lamb-Dips und Cross-Over-Resonanz bei 2 Energieniveaus

Wenden wir nun dieselben Überlegungen auf den Fall eines Atoms mit 2 Energieniveaus an, finden wir heraus, daß sich ein Bild wie in Abbildung 4 ergibt. Die 2 seitlichen Lamb-Dips sind keine Überraschung für uns. Was etwas verwundern mag, ist der Dip in der Mitte, die sogenannte Cross-Over-Resonanz. Sie wird von Atomen verursacht, die sich mit solchen Geschwindigkeiten bewegen, daß der Pumpstrahl mit dem einen Übergang in Resonanz ist und der Probestrahl mit dem anderen.

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

3.1 Eigenschaften des Diodenlasers

In Abbildung 5 ist der Versuchsaufbau zur Messung der Laserleistung dargestellt.

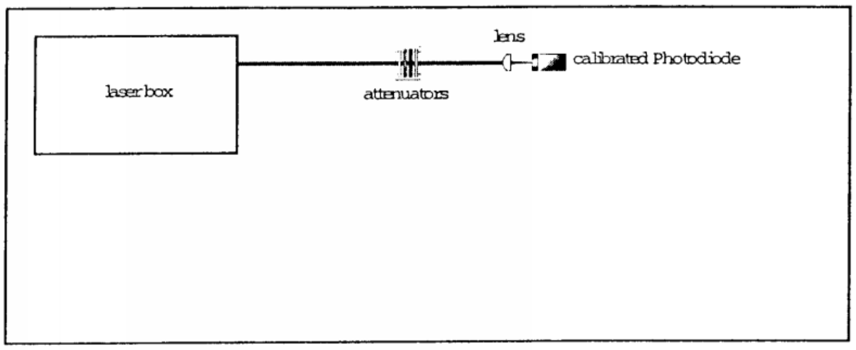

Abbildung 5: Versuchsaufbau zur Messung der Laserleistung

Zur Messung der Leistung verwenden wir eine geeichte Photodiode. Weil die Photodiode bei 1.4 mW schon sättigt, mußten wir Transmissionsplättchen in den Strahlengang einbringen, um das Laserlicht abzuschwächen. Wir haben 3 Plättchen genommen mit den Transmissionen T_1=0.264, T_2=0.543, T_3=0.628.

I [mA]	P_{mess} [μW]	P [μW]	I [mA]	P_{mess} [μW]	P [μW]	I [mA]	P_{mess} [μW]	P [μW]
1	-6	-66.65	23	-6	-66.65	45	34	377.67
2	-6	-66.65	24	-6	-66.65	46	36	399.89
3	-6	-66.65	25	-6	-66.65	47	39	433.21
4	-6	-66.65	26	-6	-66.65	48	41	455.43
5	-6	-66.65	27	-6	-66.65	49	43	477.64
6	-6	-66.65	28	-6	-66.65	50	47	522.08
7	-6	-66.65	29	-6	-66.65	51	48	533.18
8	-6	-66.65	30	-6	-66.65	52	47	522.08
9	-6	-66.65	31	-5	-55.54	53	44	488.75
10	-6	-66.65	32	-4	-44.43	54	36	399.89
11	-6	-66.65	33	-4	-44.43	55	37	411.00
12	-6	-66.65	34	-3	-33.32	56	42	466.54
13	-6	-66.65	35	-2	-22.22	57	50	555.40
14	-6	-66.65	36	0	0.00	58	55	610.94
15	-6	-66.65	37	5	55.54	59	60	666.48
16	-6	-66.65	38	11	122.19	60	60	666.48
17	-6	-66.65	39	15	166.62	61	63	699.81
18	-6	-66.65	40	19	211.05	62	62	688.70
19	-6	-66.65	41	20	222.16	63	64	710.91
20	-6	-66.65	42	25	277.70	64	65	722.02
21	-6	-66.65	43	29	322.13	65	68	755.35
22	-6	-66.65	44	30	333.24			

Tabelle 1: Laserleistung als Funktion des Injektionsstromes

Wir haben den Injektionsstrom in Schritten von 1 mA variiert und dabei die Laserleistung an der Photodiode abgelesen. Unsere Meßwerte sind in Tabelle 1 wiedergegeben und in Abbildung 6 auf der nächsten Seite graphisch dargestellt.

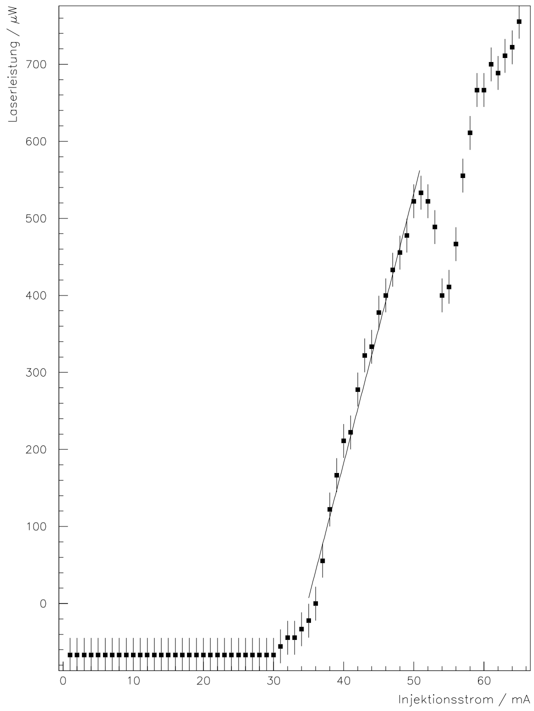

Abbildung 6: Laserleistung als Funktion des Injektionsstromes

Der Anstieg der Laserleistung kann innerhalb bestimmter Grenzen als linear angesehen werden. Wir fitten eine Gerade, um den Schwellstrom und den differentiellen Wirkungsgrad zu bestimmen. Die Regressionsgerade haben wir ebenfalls in Abbildung 6 wiedergegeben.

Wir erhalten als Geradengleichung

$$y = 35.039\,\mathrm{mV} \cdot x - 1219.2\,\mu W,$$

wobei der Fehler der Steigung Δm=1.0894 mV und der Fehler des y-Achsenabschnitts Δb=47.148 μW ist.

Der differentielle Wirkungsgrad ist also

$$\frac{\partial P_{\mathrm{out}}}{\partial I} = 35.039 \pm 1.089\,\mathrm{mV}.$$

Um den Schwellstrom zu bestimmen, berechnen wir den Schnittpunkt der Regressionsgeraden mit der x-Achse und erhalten

$$I_{\mathrm{thre}} = 34.79 \pm 1.73\,\mathrm{mA}.$$

Den Fehler für den Schwellstrom bekommen wir über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$0 = m \cdot x + c \quad\longrightarrow\quad x = -\frac{c}{m} \quad\longrightarrow\quad \Delta x = x\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$

Die Zündung des Lasers beobachteten wir bei ca. 36 mA. Dieser Wert liegt innerhalb der 1σ-Fehlergrenze und ist somit glänzend bestätigt.

Auffällig am Graphen ist, daß er nicht wie erwartet monoton steigt, sondern bei ca. 53 mA ein lokales Minimum aufweist. Obwohl wir den Bereich nochmal durchgemessen haben, kamen wir zum selben Ergebnis. Sättigungseffekte können keine Rolle spielen, da der Anstieg der Laserleistung nach dem Minimum munter weitergeht.

Berechnung der Quanteneffizienz

Die Quanteneffizienz ist die Anzahl der emittierten Photonen pro injiziertem Elektron. Die Anzahl der emittierten Photonen ist durch die Laserleistung gegeben:

$$P \cdot t = N_{\mathrm{Ph}} \cdot h \cdot \nu$$

Die Anzahl der Elektronen ist gegeben durch

$$I \cdot t = N_e \cdot e.$$

Somit erhalten wir folgende Gleichung, aus der wir die Quanteneffizienz aus der Steigung der vorigen Geraden bestimmen können:

$$\hat{m} = \frac{P}{I} = \frac{N_{\mathrm{Ph}} \cdot h \cdot \nu}{N_e \cdot e} \quad \longrightarrow \quad \frac{N_{\mathrm{Ph}}}{N_e} = \frac{\hat{m}e}{h\nu}$$

Mit dem Wert $\hat{m} = 35.039 \pm 1.0894$ mV ergibt sich

$$\frac{N_{\mathrm{Ph}}}{N_e} = 0.02244 \pm 0.000698$$

für die Quanteneffizienz.

3.2 Eigenschaften des Fabry-Perot-Interferometers

In Abbildung 7 ist der Versuchsaufbau zur Messung der Finesse des Fabry-Perot-Etalons dargestellt. Wir haben den Versuchsaufbau großzügig angelegt, weil im späteren Teil weitere Komponenten hinzugefügt werden.

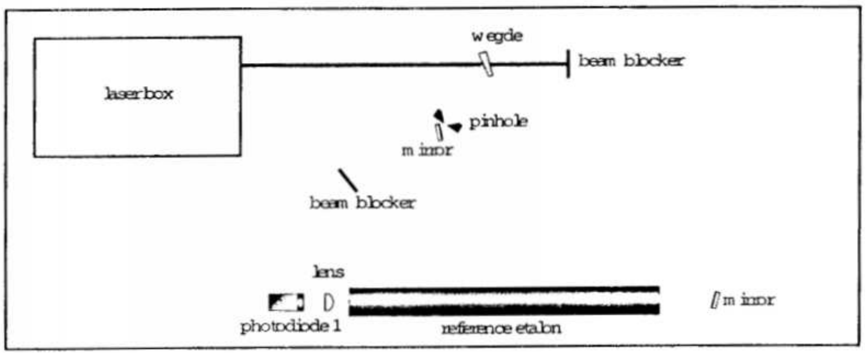

Abbildung 7: Versuchsaufbau zur Messung der Finesse des Fabry-Perot-Etalons

Weil das vom Laser emittierte Licht von λ=794 nm nicht mehr im sichtbaren Bereich liegt, haben wir zur Justierung der optischen Komponenten einen roten Laserstrahl benutzt, dessen Strahlengang kollinear mit dem Infrarotlaser war. Wir haben den Strahl zunächst geteilt und die durchgelassene sowie eine der reflektierten Komponenten ausgeblendet. Den zweiten reflektierten Strahl haben wir über zwei Spiegel in das Fabry-Perot-Interferometer (FPI) gelenkt, wobei wir ihn vorher durch eine Blende geschickt haben, um Reflexionen vom FPI in den Laser zu vermeiden.

Die zwei Spiegel geben uns insgesamt vier Freiheitsgrade, die uns erlauben, den Strahl durch das Etalon zu schicken und gleichzeitig ihn auf die Photodiode zu zentrieren. Dabei haben wir zunächst am ersten Spiegel gedreht, um den Strahl durchs FPI zu schicken, und dann mit dem zweiten Spiegel den Strahl auf die Diode zentriert. Dieses Verfahren haben wir iterativ so lange fortgesetzt, bis eine zufriedenstellende Genauigkeit erreicht war (vier Durchgänge).

In Abbildung 8 haben wir die Transmissionskurven des FPI wiedergegeben. Wir bestimmen hieraus den freien Spektralbereich $\Delta\nu_{\mathrm{FSR}}$ (Abstand zwischen 2 Peaks) und die volle Halbwertsbreite $\delta\nu_{\mathrm{FWHM}}$. Die Finesse ist dann als deren Quotient gegeben. Es ist zu beachten, daß wir die unteren Peaks auszumessen haben, weil das Speicheroszilloskop die Spannungswerte in Richtung der negativen y-Achse abträgt.

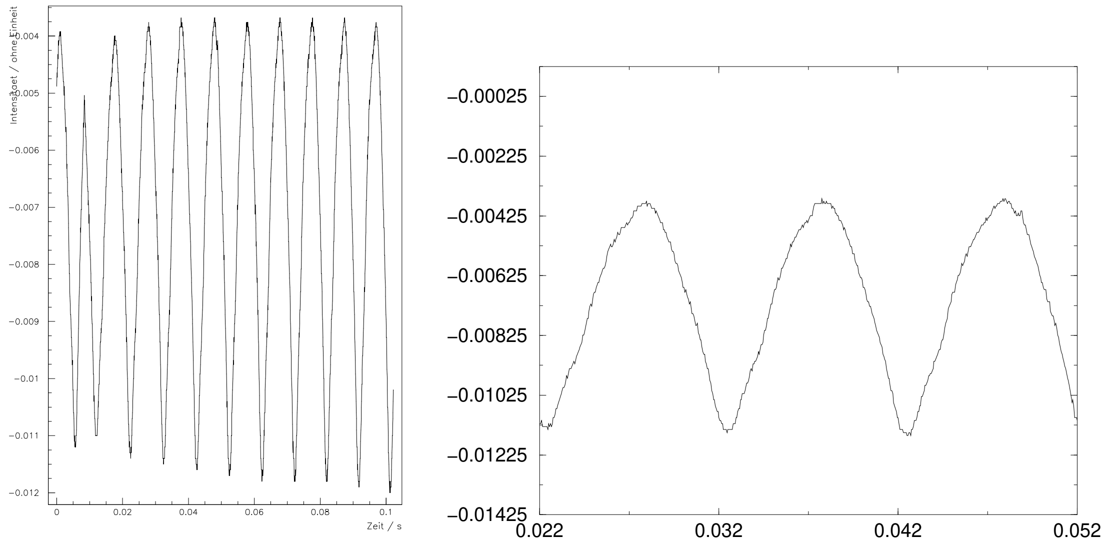

Abbildung 8: Transmissionskurven des FPI und seine vergrößerte Darstellung

Wir haben 8 Peaks ausgemessen und unsere Ergebnisse in Tabelle 2 zusammengefaßt. Aus diesen Werten haben wir den Mittelwert und die Standardabweichung gebildet. Der Fehler des Mittelwerts ist gegeben durch $\sigma/\sqrt{N}$, also ergibt sich die Finesse zu

$$\mathcal{F} = 2.4734 \pm 0.02144 \quad .$$

$\Delta\nu_{\mathrm{FSR}}$	$\delta\nu_{\mathrm{FWHM}}$	$\mathcal{F}$
0.0100	0.00417	2.3953
0.0100	0.00417	2.4094
0.0099	0.00406	2.4492
0.0098	0.00400	2.4707
0.0099	0.00382	2.6000
0.0097	0.00388	2.5151
0.0098	0.00394	2.4925
0.0095	0.00388	2.4546
		$\mathcal{F} = 2.4734$ $\sigma = 0.0605$

Tabelle 2: Berechnung der Finesse des FPI

Der theoretische Wert für die Finesse ist gegeben durch

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R},$$

wobei R die Reflektivität der Etalonspiegel ist, deren Wert im Versuchsskript mit R=0.9 angegeben war. Damit kommen wir auf einen Wert von R=29.804 in krassem Widerspruch zu unserer Messung.

Auf der Suche nach der möglichen Fehlerquelle haben wir zunächst die Anwendbarkeit der o.a. Formel nachgeprüft. Sie ist eine Näherung für $4R/(1-R)^2 \gg 1$, und für $R = 0.9$ ist diese Bedingung zweifelsohne erfüllt.

Ein weiterer Punkt, der beachtet werden muß, ist, daß sich die Gesamtfinesse aus mehreren Anteilen zusammensetzt:

$$\frac{1}{\mathcal{F}_g} = \sum_i \frac{1}{\mathcal{F}_i}$$

Die einzelnen Anteile $\mathcal{F}_i$ beschreiben Effekte wie Oberflächenungenauigkeiten, Dejustierung, Beugungseffekte, usw. Wie man in [Dem], p. 102 nachlesen kann, ist bei einem konfokalen FPI die Gesamtfinesse hauptsächlich durch die Reflexionsfinesse bestimmt. Aus diesem Grund ist es uns unerklärlich, warum der von uns bestimmte Wert so deutlich von $\mathcal{F}$=29.804 abweicht. Eine Rückrechnung zeigt, daß der von uns bestimmten Finesse $\mathcal{F} = 2.4734$ eine Reflektivität von R=0.3 entsprechen würde.

3.3 Lineare Spektroskopie des D_1-Übergangs in Rubidium

3.3.1 Aufbau und Durchführung des Versuchs

In Abbildung 9 ist der Versuchsaufbau zur Messung des D_1-Übergangs in Rubidium wiedergegeben.

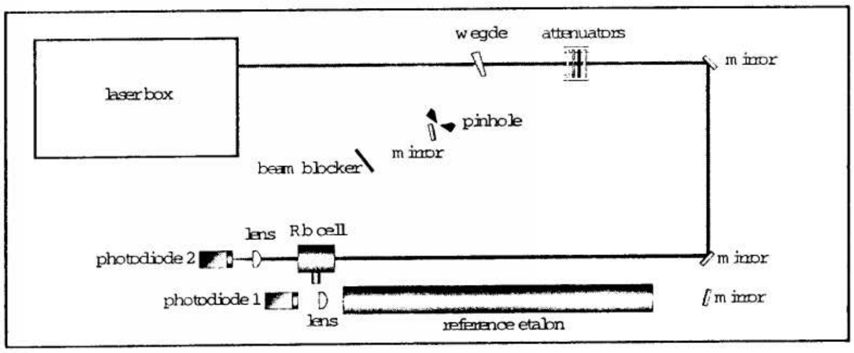

Abbildung 9: Versuchsaufbau zur linearen Absorbtionsspektroskopie

Wir haben den Versuchsaufbau, den wir zur Aufnahme der Transmissionskurven des FPI benutzt haben, ergänzt. Der schwache Strahl geht immer noch durchs FPI und dient als Frequenzeichung der Zeitachse des Oszilloskops. Der zuvor abgeblockte starke Strahl wird mit Hilfe von 2 Spiegeln durch die Rubidiumzelle geschickt. Die Justierung erfolgt genauso wie im vorigen Versuchsteil. Hinter der Rubidiumzelle befindet sich eine (nichtkalibrierte) Photodiode, deren Ausgangssignal wir auf dem Oszilloskop beobachten.

Der Laser scannt einen Bereich um λ=794 nm, und wenn seine Wellenlänge einem optischen Übergang zwischen den Energieniveaus von ^{85}Rb oder ^{87}Rb entspricht, wird Licht absorbiert. Auf dem Oszilloskop sehen wir dann eine Absorbtionslinie. Wann der Absorbtionsprozeß einsetzt, erkennen wir am Fluoreszieren des Rubidiumdampfes, das wir mit einer Infrarotkamera über einen Monitor beobachten.

Das von uns aufgenommene Absorbtionsspektrum ist in Abbildung 11 auf Seite 19 wiedergegeben. Um den Untergrund aufzunehmen, haben wir die Rubidiumzelle aus dem Strahlengang entfernt und die Laserleistung aufgenommen. Diesen Untergrund haben wir vom Absorbtionsspektrum abgezogen. Das korrigierte Spektrum ist in Abbildung 12 auf Seite 19 dargestellt. Es ist zu beachten, daß wir das Oszilloskop so eingestellt haben, daß die Absorbtionslinien nach oben abgetragen sind (inverser Modus).

3.3.2 Identifikation der Absorbtionslinien

Um die Absorbtionslinien den verschiedenen atomaren Übergängen zuordnen zu können, betrachten wir das Termschema von Rubidium, das in Abbildung 10 wiedergegeben ist.

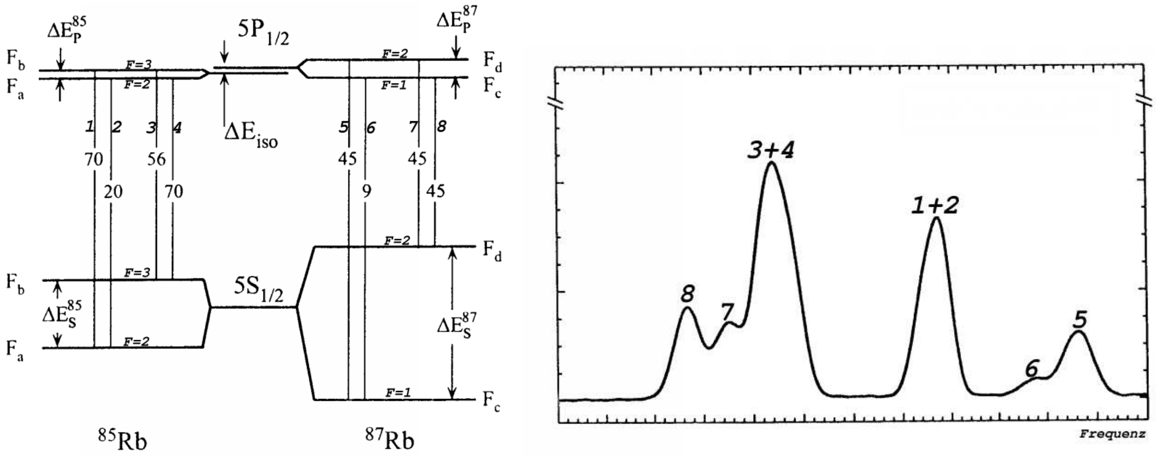

Abbildung 10: Termschema und Absorbtionslinien von ^{85}Rb und ^{87}Rb

Wir benutzen die Merkmale

1. natürliche Isotopenhäufigkeit,
2. Aufspaltung nach der Quantenzahl F,
3. Energiedifferenzen der Übergänge,

um die Linien eindeutig zu indentifizieren. Unser Gasgemisch besteht zu 72.17% aus ^{85}Rb und zu 27.83% aus ^{87}Rb. Die beiden großen Peaks im Spektrum gehören also zu ^{85}Rb.

An der Formel für die Hyperfeinaufspaltung (siehe Theorieteil) erkennt man, daß die Energieniveaus mit kleineren Werten von F tiefer liegen. Der Kernspin von ^{85}Rb beträgt I=5/2, und für den Grundzustand $5S_{1/2}$ erhalten wir mit $L = 0$, $J = 1/2$ für den Gesamtspin:

$$F = I + J \quad \longrightarrow \quad |I - J| \leq F \leq |I + J| \quad \longrightarrow \quad \left|\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right| \leq F \leq \left|\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right|$$

Der Grundzustand $5S_{1/2}$ spaltet also in 2 Niveaus auf mit $F = 2$ und $F = 3$, wobei das Niveau mit $F = 2$ energetisch tiefer liegt. Nach analoger Spingymnastik findet man die F-Quantenzahl der übrigen Niveaus. Wir haben diese in Abbildung 10 eingetragen.

Im Absorbtionsspektrum ist das Transmissionssignal gegen die Frequenz ν aufgetragen. Die Energie ist der Frequenz proportional, also wissen wir, daß den Peaks mit größerer x-Koordinate die größeren Energiedifferenzen im Termschema entsprechen. Also ergibt sich eine eindeutige Zuordnung zwischen den Übergängen zwischen den Energieniveaus und den Absorbtionslinien. Diese Zuordnung haben wir vorgenommen, indem wir im Termschema den Übergängen die Ziffern 1-8 zugewiesen und die Peaks im Absorbtionsspektrum entsprechend beschriftet haben.

Der Vollständigkeit halber (und damit wir später darauf verweisen können) geben wir die den Zahlen 1-8 entsprechenden Übergänge explizit an. Diese Information ist im Termschema vollständig enthalten.

- 1: ^{85}Rb, $5S_{1/2}$, $F = 2 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F = 3$
- 2: ^{85}Rb, $5S_{1/2}$, $F = 2 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F = 2$

- 3: ^{85}Rb, $5S_{1/2}$, $F=3 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=3$
- 4: ^{85}Rb, $5S_{1/2}$, $F=3 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=2$
- 5: ^{87}Rb, $5S_{1/2}$, $F=1 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=2$
- 6: ^{87}Rb, $5S_{1/2}$, $F=1 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=1$
- 7: ^{87}Rb, $5S_{1/2}$, $F=2 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=2$
- 8: ^{87}Rb, $5S_{1/2}$, $F=2 \longrightarrow 5P_{1/2}$, $F=1$

Die Übergänge 1 und 2 können in unserem Absorbtionsspektrum nicht mehr getrennt aufgelöst werden, was wir sehen, ist die Überlagerung von 2 Peaks. Dasselbe gilt für die Übergänge 3 und 4.

Wir wollen nun die Hyperfeinaufspaltung für jeden der Zustände nL_J berechnen. Wie wir gesehen haben, ist die Energie des Niveaus gegeben durch

$$E = \frac{A(nL_J)}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)],$$

wobei $A(nL_J)$ die Hyperfeinkopplungskonstante ist, die von den Quantenzahlen n, L, J und vom Nuklid selbst abhängt (d.h. ^{85}Rb oder ^{87}Rb).

In unserem Fall spaltet der Grundzustand $5S_{1/2}$ und der erste angeregte Zustand $5P_{1/2}$ in die Hyperfeinniveaus $F=2$ und $F=3$ für ^{85}Rb, bzw. $F=1$ und $F=2$ für ^{87}Rb auf. In beiden Fällen ist $\Delta F = 1$, also rechnen wir aus:

$$\begin{aligned}
\Delta E &= \frac{A(nL_J)}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] - \frac{A(nL_J)}{2}[(F+1)(F+2) - I(I+1) - J(J+1)] \\
&= \frac{A(nL_J)}{2}[-2F-2] \\
&= -A(nL_J)[F+1]
\end{aligned}$$

Setzen wir nun in diesen Ausdruck die Werte für n, L, J und die entsprechenden Werte für die F-Quantenzahl ein, erhalten wir

- für den Grundzustand $5S_{1/2}$ von ^{85}Rb mit F=2: $\Delta E_S^{85} = 3A_{85}(5S_{1/2})$,
- für den ersten angeregten Zustand $5P_{1/2}$ von ^{85}Rb mit F=2: $\Delta E_P^{85} = 3A_{85}(5P_{1/2})$,
- für den Grundzustand $5S_{1/2}$ von ^{87}Rb mit F=1: $\Delta E_S^{87} = 2A_{87}(5S_{1/2})$,
- für den ersten angeregten Zustand $5P_{1/2}$ von ^{87}Rb mit F=1: $\Delta E_P^{87} = 2A_{87}(5P_{1/2})$.

Im folgenden werden wir die Hyperfeinkopplungskonstanten $A_{85}(5S_{1/2})$ und $A_{87}(5S_{1/2})$ bestimmen.

3.3.3 Auswertung unserer Messungen

Hyperfeinkopplungskonstante von ^{85}Rb

Um die Hyperfeinkopplungskonstante $A_{85}(5S_{1/2})$ zu bestimmen, bedienen wir uns der Relation

$$\Delta E_S^{85} = 3A_{85}(5S_{1/2}).$$

Wir können ΔE_S^{85} bestimmen, indem wir die Differenz bilden zwischen der Energie, die dem Übergang 3+4 entspricht, und der Energie, die dem Übergang 1+2 entspricht (siehe Termschema, Abbildung 10 auf der vorherigen Seite). Dieser Differenz entspricht im Absorbtionsspektrum gerade der Abstand der Peaks 3+4 und 1+2. Wir lesen am Graphen für die x-Koordinate der Peaks ab:

$$x_{3,4} = 0.0534426 \text{ s} \quad \text{und} \quad x_{1,2} = 0.101974 \text{ s}$$

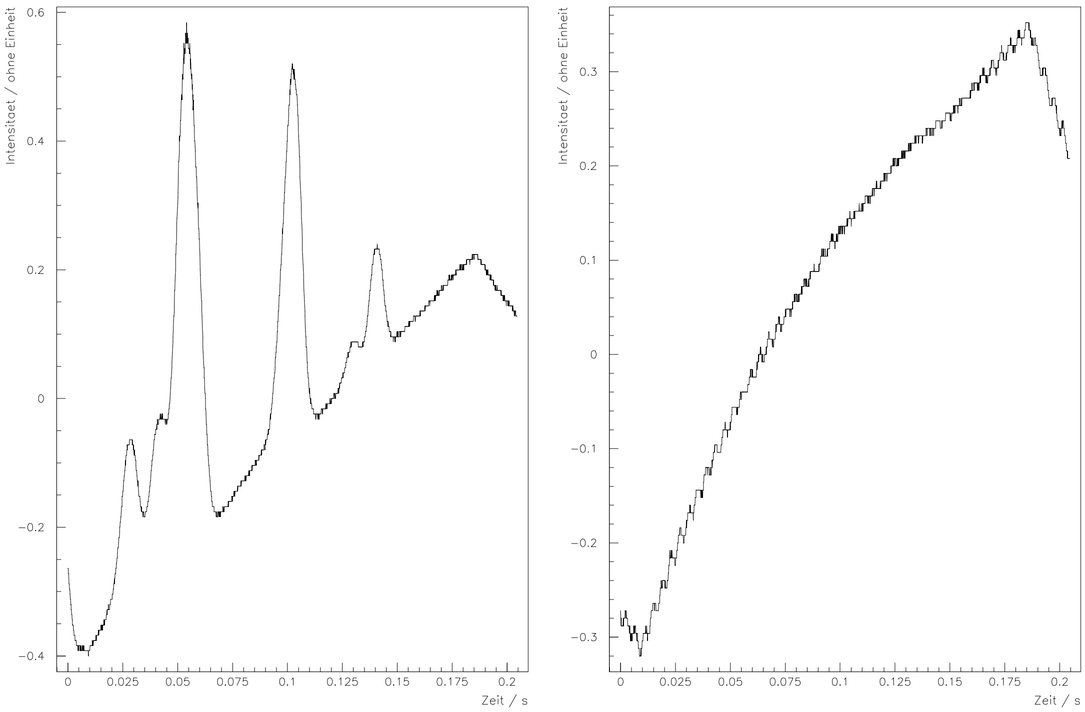

Abbildung 11: Absorptionsspektrum von Rubidium mit Untergrund

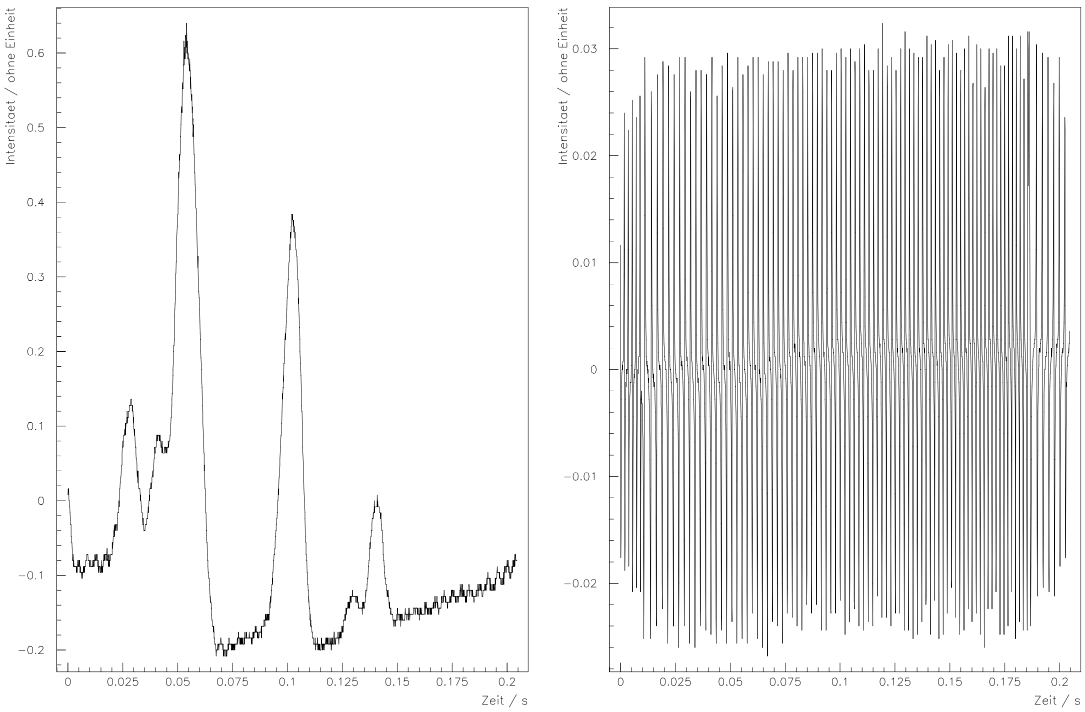

Abbildung 12: Korrigiertes Absorptionsspektrum und Transmissionsspektrum des FPI

Nun stellt sich uns die Aufgabe, diese Größen in Energieeinheiten umzurechnen. Zur Frequenzeichung der x-Achse dient das Transmissionsspektrum des FPI. Wir wissen, daß dem Abstand zweier Peaks im Transmissionsspektrum des FPI genau $\Delta\nu_{\mathrm{FSR}} = 149.9348$ MHz entspricht. Um also den Abstand zwischen den Absorbtionslinien in MHz umzurechnen, brauchen wir nur die Transmissionspeaks des FPI in diesem Intervall zu zählen.

Diese Aufgabe erledigt das kleine Perl-Programm *peaks.pl*, das wir zu diesem Zweck geschrieben haben. Als Eingabe erwartet das Programm die Intervallgrenzen in Sekunden und gibt dann die Anzahl der Transmissionspeaks in diesem Intervall sowie die Umrechnung in MHz aus. Die Anzahl der Peaks wird extrapoliert. Das Listing von *peaks.pl* ist in Anhang A auf Seite 27 wiedergegeben.

Damit haben wir die Energiedifferenz bestimmt zu

$$\Delta E_S^{85} = 3188.52 \text{ MHz}.$$

Unsere graphische Ablesegenauigkeit beträgt $\Delta t = 0.001$ s, und dies entspricht $\Delta\nu = 60$ MHz.

Wir rechnen mit Hilfe der Beziehung $E = h\nu$ in eV um:

$$\Delta E_S^{85} = 13.19 \pm 0.248 \ \ \mu eV$$

Die Hyperfeinkopplungskonstante für ^{85}Rb ergibt sich also zu

$$A_{85}(5S_{1/2}) = \frac{\Delta E_S^{85}}{3} = 4.396 \pm 0.0827 \ \ \mu eV$$

Hyperfeinkopplungskonstante von ^{87}Rb

Nun müssen wir dieselben Schritte für ^{87}Rb wiederholen. Wir haben uns entschieden, für die Auswertung die Peaks 8 und 6 zu nehmen. Wir lesen ab:

$$x_8 = 0.0280738 \text{ s} \quad \text{und} \quad x_6 = 0.129549 \text{ s}$$

Das Programm *perl.pl* liefert uns den Wert

$$\Delta E_S^{87} = 6530.56 \pm 60 \text{ MHz},$$

und umgerechnet in eV erhalten wir

$$\Delta E_S^{87} = 27.008 \pm 0.248 \ \ \mu eV.$$

Die Hyperfeinkopplungskonstante für ^{87}Rb ergibt sich also zu

$$A_{87}(5S_{1/2}) = \frac{\Delta E_S^{87}}{2} = 13.504 \pm 0.124 \ \ \mu eV.$$

Spektrales Auflösungsvermögen

Das spektrale Auflösungsvermögen eines FPI ist theoretisch gegeben durch die Formel ([Dem], p. 107)

$$\left|\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right| = \left|\frac{\nu}{\Delta\nu}\right| = \frac{\nu\mathcal{F}}{\Delta\nu_{\mathrm{FSR}}}$$

Die Auflösung ist also abhängig von der Frequenz. Wenn man nach der spektralen Auflösung eines optischen Instruments fragt, muß man dazu sagen, bei welcher Frequenz man die Auflösung bestimmen möchte. Wir bestimmen die Auflösung bei der Frquenz, die dem D_1-Übergang von Rubidium entspricht. Wir haben im Versuch die Frequenz in einem Bereich von ca. 10000 MHz um diesen D_1-Übergang variiert. Diesen Wert nehmen wir als Fehler. Also ist ν gegeben durch

$$\lambda = 794 \text{ nm} \quad \longleftrightarrow \quad \nu = 377.57 \pm 0.01 \text{ THz}$$

Für den theoretischen Wert des Auflösungsvermögens ergibt sich

$$\left|\frac{\nu}{\Delta\nu}\right| = 7.30 \cdot 10^7.$$

Um das Auflösungsvermögen experimentell zu bestimmen, suchen wir uns einen Peak im Absorbtionsspektrum raus und bestimmen seine volle Halbwertsbreite (FWHM). Das Auflösungsvermögen ist dann als Quotient aus der Frequenz und dem FWHM gegeben. Wir haben uns entschieden, zur Auswertung den Peak 3+4 zu nehmen.

Ein Gauß-Fit an den Peak liefert uns $\sigma = 0.0041928 \pm 0.0014317$ s, und umgerechnet in Hz erhalten wir

$$\sigma = 404 \pm 130 \text{ MHz}.$$

Die volle Halbwertsbreite ist durch die Standardabweichung gegeben:

$$\text{FWHM} = 2.35 \cdot \sigma = 949 \pm 305 \text{ MHz}$$

Wir bekommen schließlich für das spektrale Auflösungsvermögen den Wert

$$\left|\frac{\nu}{\Delta\nu}\right| = (3.98 \pm 1.28) \cdot 10^5.$$

Nun wollen wir die Dopplerverbreiterung mit ihrem theoretischen Wert vergleichen. Wir benutzen dieselbe Linie im Absorbtionsspektrum, nämlich den Übergang 3+4. Wir hatten durch einen Gauß-Fit die Standardabweichung σ bereits bestimmt zu

$$\sigma = 404 \pm 130 \text{ MHz}.$$

An Gleichung (16) in der Versuchsanleitung, die das Voigt-Profil im Doppler-Grenzfall darstellt, lesen wir ab, daß die Dopplerbreite der Standardabweichung entspricht:

$$\kappa_D(\nu) = \kappa_D(0) \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\Delta\nu_D^2}\right]$$

Für den Wert der Dopplerbreite ergibt sich

$$\nu_D = \nu_0 \sqrt{\frac{kT}{m_{\text{Rb}} c^2}} = 213.75 \text{ MHz}.$$

Diese ist mit der Standardabweichung unserer Linie zu vergleichen. Wir stellen mäßige Übereinstimmung fest, aber der Wert liegt noch innerhalb der 2σ-Fehlergrenze.

Der letzte Aufgabenteil (Lambert-Beersches Absorbtionsgesetz) konnte nicht bearbeitet werden, da uns nur eine Rubidiumzelle zur Verfügung stand. Mit der anderen Zelle waren keine vernünftigen Meßwerte zu erhalten.

3.4 Sättigungsspektroskopie des D_1-Übergangs in Rubidium

3.4.1 Aufbau und Durchführung des Versuchs

In Abbildung 13 ist der Versuchsaufbau zur nichtlinearen Sättigungsspektroskopie wiedergegeben.

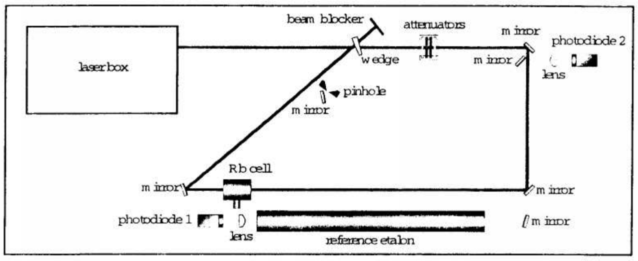

Abbildung 13: Versuchsaufbau zur Sättigungsspektroskopie

Wir haben den im vorigen Versuchsteil nicht benutzten, abgeblockten zweiten schwachen Strahl (im folgenden Probestrahl genannt) mit Hilfe eines Spiegels durch die Rubidiumzelle geschickt und in dieser mit dem starken Strahl (Pumpstrahl) zur Überlappung gebracht. Die Leistung des Probestrahls messen wir mit der Photodiode 2 und sehen ihn uns auf dem Speicheroszilloskop an. Zur Frequenzeichung der Zeitachse des Oszis nehmen wir wie gehabt das Transmissionsspektrum des FPI auf.

Um die bestmögliche Überlappung zu gewährleisten, haben wir die Rubidiumzelle aus dem Strahlengang entfernt und die beiden Strahlen zunächst an dem einen Ende des Zellenhalters zur Koinzidenz gebracht und danach an dem anderen Ende. Dadurch haben wir natürlich wieder eine Dejustage am entgegengesetzten Ende verursacht, also haben wir das Verfahren iterativ fortgesetzt.

3.4.2 Auswertung unserer Messung

Hyperfeinkopplungskonstante von Rubidium

In Abbildung 14 auf der nächsten Seite ist das Ergebnis unserer Messung dargestellt. Um die Hyperfeinkopplungskonstante zu bestimmen, berechnen wir die Energiedifferenzen ΔE_S^{85}, ΔE_P^{85}, ΔE_S^{87}, ΔE_P^{87}. Da die Auswertung vollkommen analog zur vorigen ist, fassen wir uns kurz und begnügen uns damit, auf die Unterschiede hinzuweisen.

Im Fall der nichtlinearen Sättigungsspektroskopie sind auch die Peaks 1, 2 und 3, 4 aufgelöst, und wir bekommen deren x-Koordinate durch die Position der Lamb-Dips geliefert. Dabei bezeichnet im folgenden x_j die x-Koordinate des j-ten Lamb-Dips.

Energiedifferenz	x-Koordinate	ΔE [MHz]	ΔE [μeV]	A(nL_J) [μeV]
ΔE_S^{85}	$x_2 = 0.114107$, $x_4 = 0.065024$	3123.65	12.918	4.306
ΔE_P^{85}	$x_3 = 0.0721935$, $x_4 = 0.065024$	498.68	2.062	0.687
ΔE_S^{87}	$x_5 = 0.154918$, $x_7 = 0.0539941$	6850.687	28.332	14.17
ΔE_P^{87}	$x_7 = 0.0539941$, $x_8 = 0.0407582$	715.594	2.959	1.479

Tabelle 3: Berechnung der Hyperfeinkopplungskonstanten

In Tabelle 3 haben wir die Ergebnisse unserer Berechnungen dargestellt. Die x-Koordinate x_j haben wir im Programm PAW mit dem vlocate-Befehl abgelesen. Die Umrechnung in MHz erledigt wie zuvor das Perl-Skript *peaks.pl*. Zu beachten ist ferner, daß bei ^{85}Rb die Energiedifferenz durch 3 zu teilen ist, um die Kopplungskonstante zu erhalten. Bei ^{87}Rb muß man durch 2 teilen. Ich verweise auf die Rechnungen

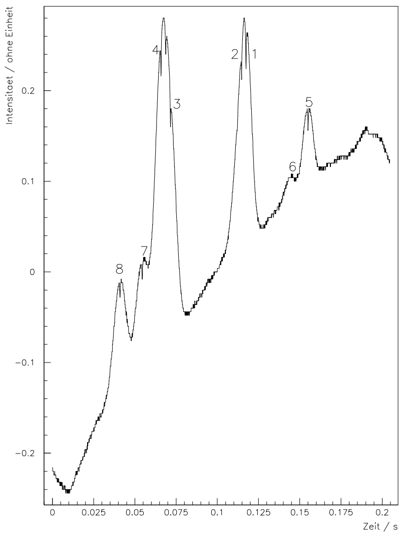

Abbildung 14: Absorbtionsspektrum von Rubidium

im vorigen Versuchsteil.

Wir haben einen Ablesefehler von $\Delta t = 0.001$ s angenommen. Dies entspricht ca. 10 MHz oder 0.041 μeV. Auf die Angabe dieses konstanten Fehlers in der Tabelle haben wir verzichtet.

Bestimmung des Auflösungsvermögens

Das Auflösungsvermögen ist im Fall der nichtlinearen Sättigungsspektroskopie bestimmt durch die Fragestellung, wann man 2 Lamb-Dips noch guten Gewissens trennen kann. Nach dem Rayleigh-Kriterium gelten 2 Peaks noch als aufgelöst, wenn sie mehr als ein FWHM Abstand haben. Wir haben Peak 3 betrachtet und sein FWHM bestimmt zu

$$\text{FWHM} = 121 \text{ MHz}.$$

Das Auflösungsvermögen ist also

$$\left|\frac{\nu}{\Delta\nu}\right| = \frac{377 \text{ THz}}{121 \text{ MHz}} = 3.115702 \cdot 10^6.$$

Ein Vergleich mit dem Wert für das Auflösungsvermögen bei linearer Spektroskopie zeigt, daß wir einen Faktor 10 an Genauigkeit hinzugewinnen.

Bestimmung der Sättigungsleistung $P_{\mathbf{sat}}$

In diesem Versuchsteil untersuchen wir die Abhängigkeit der Amplitude und des FWHM der Lamb-Dips von der Laserleistung. Dazu wählen wir verschiedene Kombinationen aus den 4 Transmissionsplättchen, die uns zur Verfügung stehen, und nehmen das Absorbtionsspektrum auf.
In der Versuchsanleitung ist vorgeschlagen, daß wir die Lamb-Dips vom Übergang $5S_{1/2}$, F=2 $\longrightarrow$ $5P_{1/2}$, F=1 von ^{87}Rb untersuchen. Leider haben wir in diesem Versuchsteil nur den Peak 3+4 aufgezeichnet. Wir müssen also einen anderen Übergang auswählen. Wir haben uns für $5S_{1/2}$, F=3 $\longrightarrow$ $5P_{1/2}$, F=2 von ^{85}Rb entschieden. Die Eigenschaften der Lamb-Dips sind von der Auswahl des zu untersuchenden Übergangs unabhängig. Dies wird also unsere Ergebnisse nicht beeinträchtigen. In Abbildung 15 auf der nächsten Seite haben wir exemplarisch unsere Messung von Peak 3+4 bei 100% Transmission dargestellt.

Für jede der 16 möglichen Kombinationen messen wir die Amplitude und das FWHM. Das Ergebnis unserer Messung ist in Tabelle 4 auf der nächsten Seite wiedergegeben.

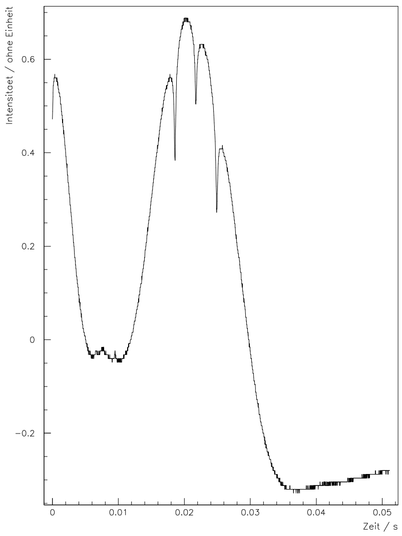

Abbildung 15: Lamb-Dips beim Peak 3+4

Plättchen	Transmission	Amplitude [Skt]	FWHM [s]	FWHM^2 [s^2]
0	1.0	0.1789	0.00026	$6.7 \cdot 10^{-8}$
1	0.056	0.016	0.00011	$1.2 \cdot 10^{-8}$
1, 2	0.0147	0.0079	0.00003	$9.0 \cdot 10^{-10}$
1, 2, 3	0.00803	0.0	0.0	0.0
1, 2, 3, 4	0.00504	0.0	0.0	0.0
1, 2, 4	0.00928	0.0	0.0	0.0
1, 3	0.0304	0.008	0.0001	$1.0 \cdot 10^{-8}$
1, 3, 4	0.0191	0.0079	0.00003	$9.0 \cdot 10^{-10}$
1, 4	0.0351	0.0079	0.00004	$1.0 \cdot 10^{-9}$
2	0.264	0.081	0.00018	$3.2 \cdot 10^{-8}$
2, 3	0.143	0.0405	0.00015	$2.2 \cdot 10^{-8}$
2, 3, 4	0.090	0.0325	0.00009	$8.0 \cdot 10^{-9}$
2, 4	0.166	0.0565	0.00014	$1.9 \cdot 10^{-8}$
3	0.543	0.1167	0.00018	$3.2 \cdot 10^{-8}$
3, 4	0.341	0.0965	0.00019	$3.6 \cdot 10^{-8}$
4	0.628	0.1374	0.00022	$4.8 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 4: Amplitude und Halbwertsbreite der Lamb-Dips

In Abbildung 16 auf der nächsten Seite haben wir die Amplitude und das Quadrat der vollen Halbwertsbreite gegen die Transmission aufgetragen. Wir müssen feststellen, daß in unserem Meßbereich keine Sättigung stattfindet. Wo die Kurve sich der Asymptote nähert, ist besten Falls zu erahnen. Vermutlich war die Überlappung unseres Probe-Strahls mit dem Pump-Strahl nicht optimal gewählt, so daß die Sättigung außerhalb unseres Meßbereiches liegt.

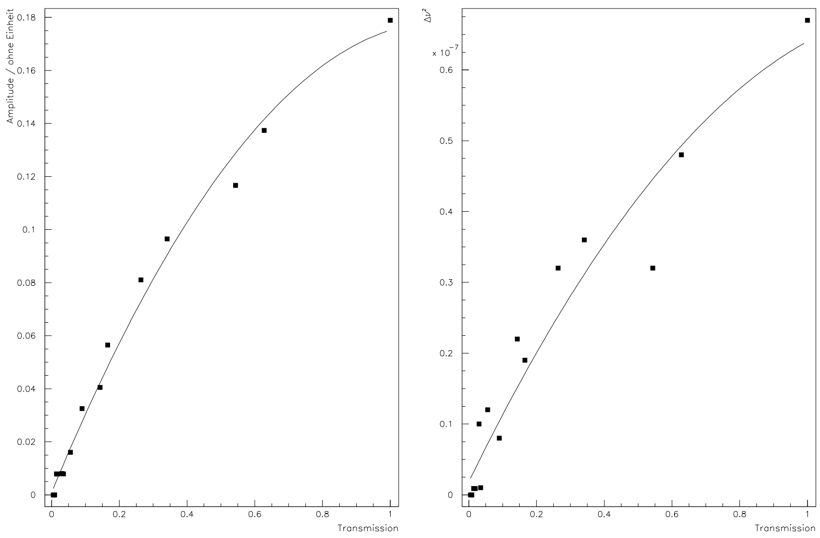

Abbildung 16: Amplitude und Quadrat des FWHM der Lamb-Dips aufgetragen gegen die Transmission

Literatur

[Ba] R. J. Barlow *Statistics: A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences* Wiley, 1989

[Kne] F. K. Kneubühl, M. W. Sigrist *Laser* Teubner, 1989

[Dem] W. Demtröder *Laserspektroskopie* Springer, 1991

[Be] Bergmann, Schäfer *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik* de Gruyter, 1993

[Po] R. W. Pohl *Optik und Atomphysik* Springer, 1976

[Ha] H. Haken, H. C. Wolf *The Physics of Atoms and Quanta* Springer, 1996

[La] L. D. Landau, E. M. Lifschitz *Quantenmechanik* Akademie Verlag Berlin, 1979

[Me] Melles Griot *Lasers and Instruments Guide*

[He] E. Hecht *Optics* Addison Wesley Publishing Company, 1987

A PEAKS.PL

```
#!/usr/bin/perl

open(DATEI, "<peaks_sat_spek.txt") || die "Datei nicht gefunden\n";

$i = 0;
while(<DATEI>)
   {
       $_ =~s/\n//g;
       @temp = split(/ /,$_,2);
       $t[$i] = $temp[0];
       $e[$i] = $temp[1];
       $i++;
   }

close(DATEI);

$i=0; $t1=0; $t2=0;
for(@e)
  {
      if ($i>1 && $e[$i-1] <= -0.01 && $e[$i] >= -0.01 && $t2==0) {
  $t1=$t[$i];
      }

      if ($i>1 && $e[$i-1] >= -0.01 && $e[$i] <= -0.01 && $t1!=0) {
  $t2=$t[$i];
      }

      if ($t1!=0 && $t2!=0) {
  push(@peaks,($t1+$t2)/2);
  $t1=0;
  $t2=0;
      }

      $i++;
  }

$i=0;
$j=0;
for(@peaks)
  {
    if($peaks[$j]<$ARGV[0] && $peaks[$j+1]>$ARGV[0])
        {$f1=($peaks[$j+1]-$ARGV[0])/($peaks[$j+1]-$peaks[$j]);}
    if($_>$ARGV[0] && $_<$ARGV[1])
        {$i++; }
    if($peaks[$j]<$ARGV[1] && $peaks[$j+1]>$ARGV[1])
        {$f2=($peaks[$j+1]-$ARGV[1])/($peaks[$j+1]-$peaks[$j]);}
    $j++;
  }
print "\nAnzahl der Peaks im Intervall [",$ARGV[0],",",$ARGV[1],"] ist ",
    $i," + ",$f1," + ",$f2," = ",$i+$f1+$f2,"\n\n";
print "Das entspricht ",(($i-1)+$f1+$f2)*149.9348," MHz\n\n";
```

B PAW MACROS

```
MACRO ALLDEF

Size 18 24
Next
Set * ; Option *
opt zfl1
Size 18 24
Histogram/Delete * ; Vector/Delete *
Title_global ' '
Title_global ' ' U
Option NBOX
Option NGRI
Set HWID 1
Set FWID 1
Set BWID 1
Set PWID 1
Set LWID 1
Set CSIZ 0.25
Set VSIZ 0.25
Set TSIZ 0.32
Set XMGL 1.2
Set XMGR 1.2
Set YMGU 0.5
Set YMGL 1.5
Set GSIZ 0.1
Set YHTI 0.7
Set KSIZ 0.15
Set MTYP 1
Zone 1 1
range
points
Next
RETURN


MACRO laser_leistung

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,65)
ve/re vect laser_leistung.txt
ve/copy vect(1,1:65) x
ve/copy vect(3,1:65) y
ve/cre ex(65)
sigma ex=array(65,0#0)
ve/cre ey(65)
sigma ey=array(65,22#22)
opt utit
*set mtyp 21
for/file 99 laser_leistung.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 65 21 0.15
ve/copy vect(1,35:51) x1
ve/copy vect(3,35:51) y1
ve/copy ey(35:51) ey1
ve/fit x1 y1 ey1 p1 chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Injektionsstrom / mA' 'Laserleistung / [m]W'
close 99
RETURN


MACRO etalon

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,2046)
ve/re vect etalon.txt
ve/copy vect(1,1:2046) x
ve/copy vect(2,1:2046) y
ve/copy vect(3,1:2046) z
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 etalon.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99
RETURN


MACRO lin_spek

exec ALLDEF
ve/cre vect1(3,2046)
ve/re vect1 lin_spek.txt
ve/copy vect1(1,1:2046) x1
ve/copy vect1(2,1:2046) y1
ve/copy vect1(3,1:2046) z1
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 lin_spek_mess.eps
metafile 99 -113
ve/plo z1%x1 chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99

ve/cre vect2(3,2046)
ve/re vect2 lin_spek_unt.txt
ve/copy vect2(1,1:2046) x2
ve/copy vect2(2,1:2046) y2
ve/copy vect2(3,1:2046) z2
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 lin_spek_unt.eps
metafile 99 -113
ve/plo z2%x2 chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99

ve/cre x(2046)
ve/cre y(2046)
```

```
ve/cre z(2046)
sigma x = x1
sigma y = y1-y2
sigma z = z1-z2

opt utit
set mtyp 1
for/file 99 lin_spek.eps
metafile 99 -113
ve/plo z%x chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99

opt utit
set mtyp 1
for/file 99 lin_spek_etalon.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99
RETURN



MACRO gauss_3_4

exec ALLDEF
ve/cre vect1(3,2046)
ve/re vect1 lin_spek.txt
ve/copy vect1(1,1:2046) x1
ve/copy vect1(2,1:2046) y1
ve/copy vect1(3,1:2046) z1

ve/cre vect2(3,2046)
ve/re vect2 lin_spek_unt.txt
ve/copy vect2(1,1:2046) x2
ve/copy vect2(2,1:2046) y2
ve/copy vect2(3,1:2046) z2

ve/cre x3(2046)
ve/cre y3(2046)
ve/cre z3(2046)
sigma x3 = x1
sigma y3 = y1-y2
sigma z3 = z1-z2

ve/copy x3(470:610) x
ve/copy z3(470:610) z

opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_3_4
metafile 99 -113
ve/plo z%x chopt='PL'
ve/fit x z ! g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
close 99
RETURN



MACRO spek

exec ALLDEF
ve/cre vect1(3,2046)
ve/re vect1 spek.txt
ve/copy vect1(1,1:2046) x1
ve/copy vect1(2,1:2046) y1
ve/copy vect1(3,1:2046) z1
*ve/wri x1,y1 peaks_sat_spek.txt FORMAT='F10.5,F10.5'

opt utit
set mtyp 1
for/file 99 spek_mess.eps
metafile 99 -113
ve/plo z1%x1 chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
text 0.038 -1.7e-3 '8' 0.4
text 0.053 0.0180209 '7' 0.4
text 0.06 0.24 '4' 0.4
text 0.072745 0.18035 '3' 0.4
text 0.108 0.235462 '2' 0.4
text 0.12 0.235462 '1' 0.4
text 0.143 0.11121 '6' 0.4
text 0.153 0.182354 '5' 0.4
close 99
RETURN



MACRO p_sat

exec ALLDEF
ve/cre vect1(3,2046)
ve/re vect1 p0.asc
ve/copy vect1(1,1:2046) x1
ve/copy vect1(2,1:2046) y1
ve/copy vect1(3,1:2046) z1

opt utit
set mtyp 1
for/file 99 p_sat.eps
metafile 99 -113
ve/plo z1%x1 chopt='PL'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Zeit / s' 'Intensitaet / ohne Einheit'
```

```
close 99
RETURN


MACRO lamb_dips

exec ALLDEF
ve/cre vect1(4,16)
ve/re vect1 lamb_dips.txt
ve/copy vect1(1,1:16) x
ve/copy vect1(2,1:16) y
ve/copy vect1(4,1:16) z

opt utit
set mtyp 21
for/file 99 lamb_dips_amp.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt='P'
ve/fit x y ! p2 chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Transmission' 'Amplitude / ohne Einheit'
close 99

opt utit
set mtyp 21
for/file 99 lamb_dips_dnuq.eps
metafile 99 -113
ve/plo z%x chopt='P'
ve/fit x z ! p2 chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Transmission' '[D][n]^2'
close 99
RETURN
```