K124
Der Hall-Effekt in Halbleitern

Jürgen Päpke   Akın Wingerter

25./26. Oktober 1999

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Ziel des Versuches

An zwei Halbleitern (Germanium und Galliumarsenid) soll der Halleffekt gemessen werden. Die materialspezifischen Größen Leitfähigkeit σ, Majoritätsladungskonzentration n und Hallbeweglichkeit μ sollen bestimmt und deren Temperaturabhängigkeit untersucht werden.

2 Leitungsvorgänge in Halbleitern und der Halleffekt

2.1 Halbleiter

Ein Halbleiter unterscheidet sich von einem Leiter dadurch, daß bei Halbleitern das Fermi-Niveau zwischen dem Valenzband und dem Leitungsband liegt und die Lücke zwischen Valenzband und Leitungsband (genannt Gap-Energie E_{gap}) thermisch übersprungen werden muß.

Kurze Erinnerung: Elektronen sind Fermionen und unterliegen dem Pauli-Verbot. Im Phasenraum haben sie ein Volumen von mindestens $(\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z)(\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot) \quad \simeq \quad \hbar^3$, also gibt es eine obere Grenze für Elektronen, die sich im gegebenen Volumen aufhalten können. Die obere Kante der besetzten Energieniveaus heißt Fermienergie.

Für T=0 sind alle Zustände unterhalb der Fermienergie E_F besetzt, die Fermifunktion hat die Form eines Kastens. Mit steigender Temperatur bekommen auch Zustände oberhalb von E_F eine endliche Besetzungswahrscheinlichkeit, die Kastenform der Fermifunktion wird mehr und mehr verschmiert.

Für den Halbleiter bedeutet dies, daß er bei T=0 K nicht leitet und bei höheren Temperaturen leitend wird. Zu dieser "intrinsischen Leitfähigkeit" tragen neben den ins Leitungsband gehobenen Elektronen auch die "Elektron-Fehlstellen" im Valenzband bei. Letztere werden als Löcher bezeichnet.

Die intrinsische Ladungsträgerkonzentration (in Si von der Größenordnung n=$1.5 \cdot 10^{10}$ cm^{-3} bei T=300 K) reicht bei weitem nicht aus, um die in der Praxis erforderlichen Stromdichten zu erzeugen Um höhere Konzentrationen zu erreichen, werden Halbleiter dotiert, d.h. es werden Fremdatome ins Gitter eingebaut, die entweder ein Elektron abgeben (Donatoren) oder ein Elektron annehmen (Akzeptoren). Im letzteren Fall entsteht ein Loch im Valenzband, das um das negativ geladene Fremdatom kreist.

Die Ladungsträgerkonzentration ist stark temperaturabhängig. Man unterscheidet i.a. 3 Temperaturbereiche: Bei tiefen Temperaturen, in denen noch genügend viele Donatoren ihr Valenzelektron besitzen, spricht man von Reservebereich. Falls alle Donatoren ionisiert sind, liegt Erschöpfungsbereich vor. Bei hinreichend hoher Temperatur schließlich verhält sich der dotierte wie ein undotierter Halbleiter, dieser Bereich heißt intrinsisch. Die Temperaturabhängigkeit ist in Bild 1 auf der nächsten Seite widergegeben.

2.2 Der Halleffekt

Duch eine Kristallprobe wird ein Strom I geschickt und senkrecht zum Strom ein Magnetfeld $\vec{B}$ angelegt. An zwei gegenüberliegenden Kontakten wird die Hallspannung U_H gemessen. Auf die Ladungsträger (wir nehmen für den Augenblick an, es wären Elektronen) wirkt dann die Lorentzkraft $F_y = e \cdot (\vec{v} \times \vec{B})_y = e \cdot v \cdot B$ senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung. Es baut sich somit ein elektrisches Querfeld $e \cdot E_y$ auf, das entgegengesetzt zur Lorentzkraft ist. Wenn die beiden Kräfte gleich sind, fließt kein Querstrom mehr, und der Strom fließt in der ursprünglichen Richtung ungestört weiter. Es gilt:

$$e \cdot v_x \cdot B = e \cdot E_y, \quad E_y = \frac{U_H}{b}, \quad I_x = j_x \cdot b \cdot d = -n \cdot e \cdot v_x \cdot b \cdot d \tag{1}$$

$$\rightarrow \quad U_H = b \cdot E_y = b \cdot v_x \cdot B = b \left(\frac{-I_x}{nebd}\right) \cdot B = \left(\frac{-1}{ne}\right) \frac{I \cdot B}{d} \tag{2}$$

$$\rightarrow \quad U_H = R_H \frac{I \cdot B}{d} \quad \text{mit} \quad R_H = -\frac{1}{ne} \tag{3}$$

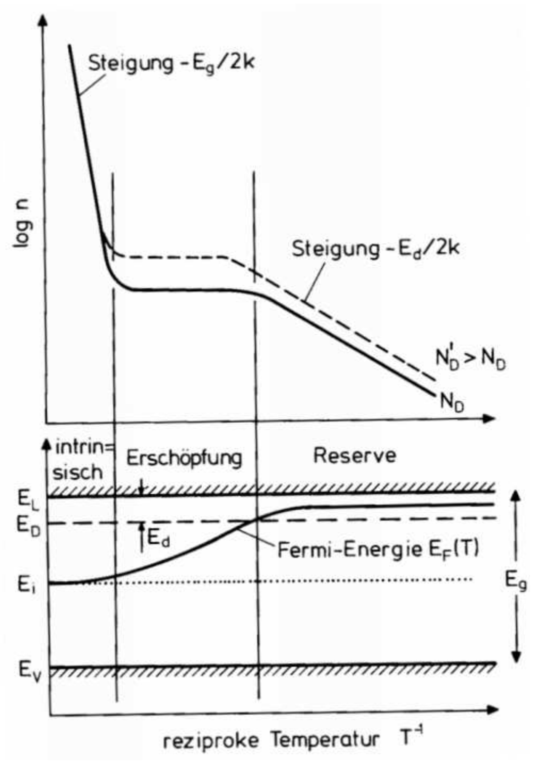

Abbildung 1: Majoritätsladungsträgerkonzentration in Abhängigkeit von der Temperatur

Im Versuch messen wir bei konstantem Magnetfeld und konstantem Strom die Spannung, die Hallkonstante berechnet sich dann wir folgt:

$$R_{Hs} = \frac{U_H}{I \cdot B} \tag{4}$$

R_{Hs} ist die auf die Probendicke bezogene Hallkonstante. Dadurch fällt in der Formel die unbekannte Probendicke d raus.

Ergebnis: Die Hallspannung ist proportional zum Strom und zum Magnetfeld. Die Proportionalitätskonstante heißt Hallkonstante. Wenn wir die Hallkonstante kennen, können wir die Ladungsträgerkonzentration bestimmen. Das Vorzeichen von R_H gibt an, ob der Halbleiter n- oder p-dotiert ist.

Die hergeleitete Formel für die Hallkonstante muß noch modifiziert werden. Die Elektronen streuen an den Gitterfehlstellen und an den Phonenen (Quanten der Gitterschwingungen). Die Art des Streuprozesses und die Streuwahrscheinlichkeit ist energieabhängig. Dies berücksichtigt man durch den Korrekturfaktor r:

$$R_H = -\frac{r}{ne} \tag{5}$$

Da die Elektronen sich im Leitungsband befinden und die Löcher im Valenzband sind, unterscheidet sich der Korrekturfaktor der Löcher von dem der Elektronen.

Um weitere Informationen über die Transporteigenschaften in einem Halbleiter zu bekommen, messen wir den spezifischen Widerstand ρ (Details später in der Versuchsbeschreibung).

Mit der Hallkonstanten R_H und der Leitfähigkeit σ (Kehrwert aus ρ) kann die Hallbeweglichkeit der Ladungsträger berechnet werden:

$$j = -e \cdot n \cdot v, \quad \sigma = \frac{j}{E} \quad \rightarrow \quad \sigma = -\frac{env}{E} \tag{6}$$

$$v = \mu \cdot E \quad \text{(Definition der Beweglichkeit)} \tag{7}$$

$$\sigma = -\frac{en\mu E}{E} \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{\sigma}{(-en)} = \frac{R_H \cdot \sigma}{r} \tag{8}$$

Die Hallbeweglichkeit hat den in Abbildung 2 widergegebenen Verlauf.

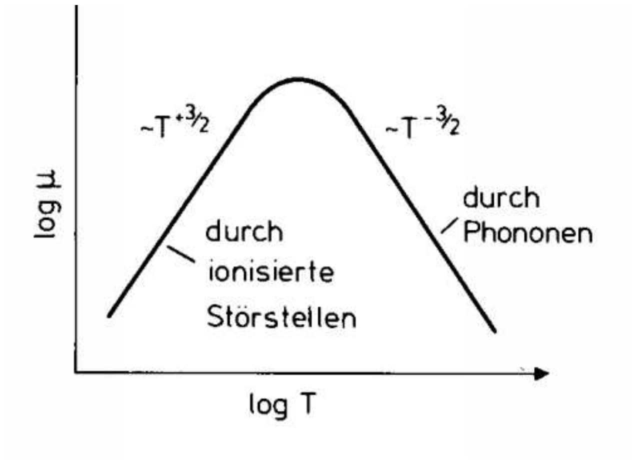

Abbildung 2: Hall-Beweglichkeit in Abhängigkeit von der Temperatur

2.3 Van der Pauw Theorem

Klassisch muß die Probe, deren spezifischer Widerstand und Hallkonstante bestimmt werden soll, eine stabförmige Geometrie aufweisen. Das van der Pauw Theorem erlaubt uns die Berechnung dieser Größen für beliebig geformte Proben. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Probe eine flache Scheibenform und keine Löcher besitzt, lateral homogen dotiert ist, eine homogene Dicke aufweist und daß die Kontakte für den Strom und den Spannungsabgriff hinreichend klein sind.

Wir definieren $R_{12,34} = \frac{|V_{34}|}{I_{12}}$ und analog $R_{23,41} = \frac{|V_{41}|}{I_{23}}$. Das erste Indexpaar gibt die Stromrichtung an, das zweite die Kontakte des Spannungsabgriffs.

Das van der Pauw Theorem liefert:

$$\exp\left(-\pi\frac{d}{\rho}R_{12,34}\right) + \exp\left(-\pi\frac{d}{\rho}R_{23,41}\right) = 1 \tag{9}$$

Da diese Gleichung nicht analytisch lösbar ist, greifen wir auf ein numerisches Lösungsverfahren zurück. Das Verfahren liefert ρ in Abhängigkeit von den Widerständen $R_{12,34}, R_{23,41}$ und einem Parameter $f\left(\frac{R_{12,34}}{R_{23,41}}\right)$, deren Werte tabelliert sind:

$$\rho = \frac{\pi d}{\log 2} \cdot \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} \cdot f \tag{10}$$

WICHTIG: Alle im folgenden berechneten Größen beziehen sich auf die Schichtdicke der Probe. Auf den Index s haben wir aus Gründen der Leserlichkeit verzichtet.

3 Versuchsaufbau

Der Versuch hatte den schematisch in Abbildung 3 widergegebenen Aufbau. Zum Evakuieren des Probenbehälters dienten eine Transferpumpe mit vorgeschalteter Vorpumpe. Damit erzielten wir einen Druck von ca. $2 \cdot 10^{-3}$ bar. Zum Runterkühlen der Probe wurde komprimiertes Helium in einem Kryostaten expandiert. Dadurch konnten wir bis zu 70 K runterkühlen. Die Temperatur wurde über ein Thermoelement bestimmt.

Das für den Halleffekt benötigte Magnetfeld wurde von einem Permanentmagneten (0.138 T) erzeugt. Der Strom wurde während der Messung durch eine Konstantstromquelle bei $I = 100\mu A$ gehalten. Die Hallspannung wurde an einem Digitalvoltmeter abgelesen.

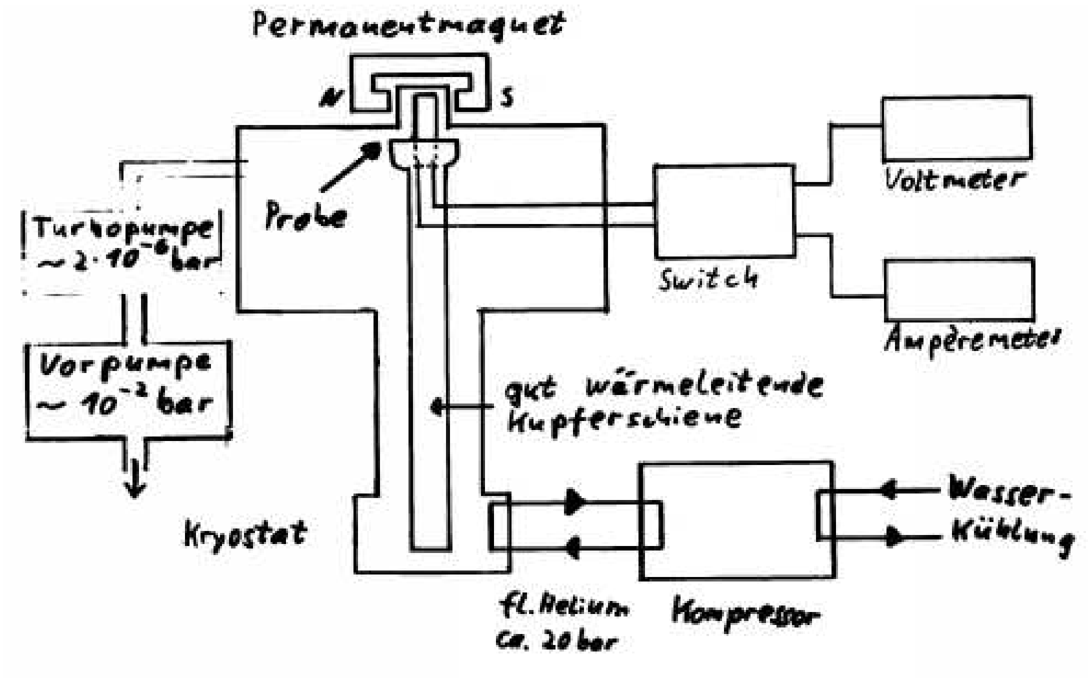

Abbildung 3: Skizze des Versuchsaufbaus

4 Versuchsdurchführung

4.1 Messung des spezifischen Widerstandes

Die Probe wird wie in Abbildung 4 auf der nächsten Seite geschaltet. Um das van der Pauw Theorem anwenden zu können, müssen wir $R_{12,34}$ und $R_{23,41}$ bestimmen. Wir messen die Strom-Spannungskonfiguration gemäß Tabelle 1 auf der nächsten Seite.

Die ersten 4 Messungen ergeben ρ_1, und die nächsten 4 Messungen ergeben ρ_2. Der spezifische Widerstand ist der Mittelwert aus diesen beiden Werten. Dadurch werden eventuelle Einflüsse der Inhomogenität der Probe herausgemittelt.

Die Stromumkehr in aufeinanderfolgenden Messungen hat den Zweck, auftretende Thermo- und Kontaktspannungen zu eliminieren. Für die Details verweisen wir auf [He].

Unsere Meßwerte und die daraus berechneten spezifischen Widerstände sind in Tabelle 2 auf Seite 7 für GaAs und in Tabelle 3 auf Seite 7 für Ge dargestellt.

BEACHTE: Bei Mittelwertbildung haben wir die Standardabweichung als Fehler genommen. Unsere Meßwerte sind fehlerbehaftet. Wir haben sinnvolle Annahmen über die Größe dieser Fehler gemacht. Für die Temperatur ergab sich $\Delta T = 1$ K, für die Spannung haben wir $\Delta U = 0.001$ mV und für den Strom $\Delta I = 0.05$ μA angenommen. Die Fehlerpropagation haben wir nach Gauß wie folgt berechnet (siehe [Ba]):

$$\Delta f(x,y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2} \tag{11}$$

Auf die Angabe der einzelnen Ausdrücke für die Fehler haben wir im folgenden verzichtet. Auf Wunsch können wir die Excel-Dateien nachreichen, in denen alle Berechnungen explizit aufgeführt sind.

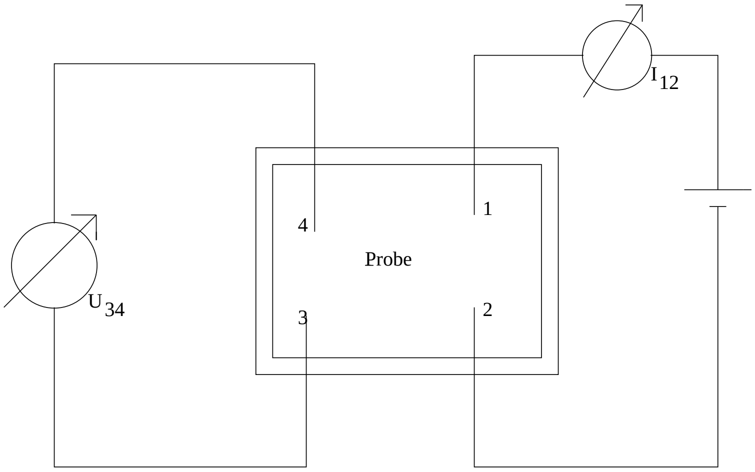

Abbildung 4: Schema der Kontaktbeschaltung für die Widerstandsmessung

Messung	Kontaktbeschaltung		Schalterstellung	
	Strom	Spannung	Strom	Spannung
1	1-2	U1: 3-4	1	1
2	2-1	U2: 3-4	2	1
3	2-3	U3: 4-1	3	2
4	3-2	U4: 4-1	4	2
5	3-4	U5: 1-2	5	3
6	4-3	U6: 1-2	6	3
7	4-1	U7: 2-3	7	4
8	1-4	U8: 2-3	8	4

Tabelle 1: Kontaktkonfiguration bei der Widerstandsmessung

4.2 Messung der Hallkonstanten

Die Probe wird wie in Abbildung 5 auf Seite 8 geschaltet. Wir messen die Strom-Spannungskonfiguration gemäß Tabelle 4 auf Seite 8. Wir bestimmen die Hallkonstante einmal mit Nullfeldmessung und einmal ohne Nullfeldmessung.

4.2.1 Messung mit Nullfeld

Wenn kein Magnetfeld angelegt ist, wird bei einem Strom I i.a. eine Offsetspannung gemessen. Mit Magnetfeld ergibt sich eine Spannungsänderung ΔU, welche gleich der Hallspannung ist. Die Hallkonstante errechnet sich nach dem im Theorieteil gesagten wie folgt:

	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Fehler
U1 [mV]	-11.382	-11.367	-11.364	-11.361	-11.360	-11.367	0.009
U2 [mV]	11.378	11.360	11.362	11.360	11.360	11.364	0.008
U3 [mV]	-9.813	-9.817	-9.810	-9.815	-9.809	-9.813	0.003
U4 [mV]	9.821	9.827	9.818	9.818	9.819	9.821	0.004
U5 [mV]	-11.345	-11.340	-11.348	-11.347	-11.307	-11.337	0.017
U6 [mV]	11.362	11.352	11.354	11.359	11.317	11.349	0.018
U7 [mV]	-9.814	-9.815	-9.809	-9.804	-9.838	-9.816	0.013
U8 [mV]	9.815	9.816	9.811	9.806	9.833	9.816	0.010
$(U_i - U_j)/2$ [mV]	$\Delta(U_i - U_j)/2$ [mV]	$R_{\mathrm{ij,kl}}$ [Ω]	$\Delta R_{\mathrm{ij,kl}}$ [Ω]	$\rho_{1,2}$ [Ω]	$\Delta\rho_{1,2}$ [Ω]	ρ [Ω]	$\Delta\rho$ [Ω]
-11.365	0.0060	113.427	0.082	474.276	9.322	474.019	6.592
-9.817	0.0025	97.971	0.055				
-11.343	0.0125	113.205	0.137	473.763	9.322		
-9.816	0.0083	97.965	0.096				

Tabelle 2: Bestimmung des spezifischen Widerstandes bei Raumtemperatur, GaAs

	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Fehler
U1 [mV]	0.239	0.238	0.238	0.238	0.238	0.238	0.00045
U2 [mV]	-0.241	-0.242	-0.242	-0.242	-0.241	-0.242	0.00055
U3 [mV]	0.192	0.193	0.192	0.192	0.192	0.192	0.00045
U4 [mV]	-0.194	-0.195	-0.195	-0.195	-0.195	-0.195	0.00045
U5 [mV]	0.237	0.237	0.237	0.237	0.237	0.237	0.00000
U6 [mV]	-0.243	-0.243	-0.243	-0.243	-0.243	-0.243	0.00000
U7 [mV]	0.192	0.192	0.191	0.192	0.192	0.192	0.00045
U8 [mV]	-0.195	-0.195	-0.195	-0.195	-0.195	-0.195	0.00000
$(U_i - U_j)/2$ [mV]	$\Delta(U_i - U_j)/2$ [mV]	$R_{\mathrm{ij,kl}}$ [Ω]	$\Delta R_{\mathrm{ij,kl}}$ [Ω]	$\rho_{1,2}$ [Ω]	$\Delta\rho_{1,2}$ [Ω]	ρ [Ω]	$\Delta\rho$ [Ω]
0.240	0.0004	2.394	0.004	9.704	1.333	9.704	0.943
0.194	0.0003	1.931	0.003				
0.240	0.0000	2.395	0.001	9.704	1.333		
0.193	0.0002	1.930	0.002				

Tabelle 3: Bestimmung des spezifischen Widerstandes bei Raumtemperatur, Ge

$$R_{Hs} = \frac{\Delta U}{B \cdot I} \tag{12}$$

Es ergeben sich 4 Möglichkeiten der Potentialdifferenz:

$$\begin{aligned}
U(+I,+B) - U(+I,0) &= U_1 - U_9 \\
U(-I,+B) - U(-I,0) &= U_2 - U_{10} \\
U(+I,-B) - U(+I,0) &= U_5 - U_9 \\
U(-I,-B) - U(-I,0) &= U_6 - U_{10}
\end{aligned}$$

Für die Hallspannung ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}
U_{H+} &= \tfrac{(U_1 - U_9) - (U_2 - U_{10})}{2} \\
U_{H-} &= \tfrac{(U_5 - U_9) - (U_6 - U_{10})}{2}
\end{aligned}$$

Aus diesen beiden Hallspannungen berechnen sich zwei Hallkonstanten, die wir mit R_{H+} und R_{H-} bezeichnen. Deren Mittelwert ist R_{Hs}. Unsere Messungen sind in Tabelle 5 auf Seite 9 widergegeben. Die Berechnungen finden Sie in Tabelle 6 auf Seite 9.

Die Berechnungen für Ge sind vollkommen analog. Die Ergebnisse finden Sie in Tabelle 5 auf Seite 9 und in Tabelle 6 auf Seite 9.

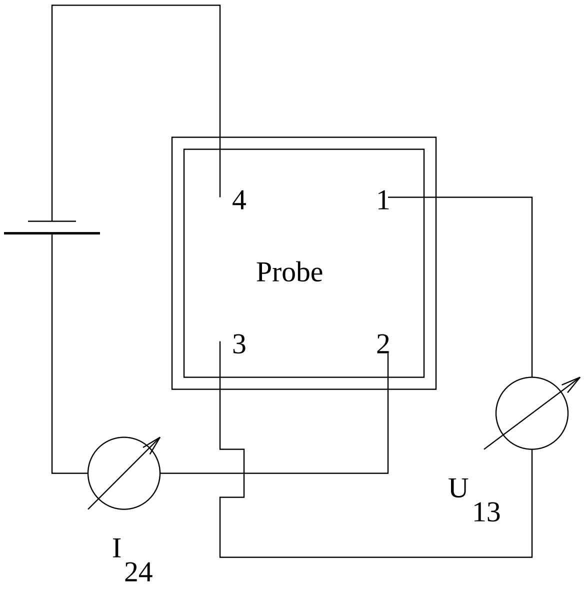

Abbildung 5: Schema der Kontaktbeschaltung für die Halleffektmessung

Messung	B-Feld	Kontaktbeschaltung		Schalterstellung	
		Strom	Spannung	Strom	Spannung
1	+B	2-4	U1: 1-3	9	5
2	+B	4-2	U2: 1-3	10	5
3	+B	1-3	U3: 4-2	11	8
4	+B	3-1	U4: 4-2	12	8
5	-B	2-4	U5: 1-3	9	5
6	-B	4-2	U6: 1-3	10	5
7	-B	1-3	U7: 4-2	11	8
8	-B	3-1	U8: 4-2	12	8
9	0	2-4	U8: 1-3	9	5
10	0	4-2	U8: 1-3	10	5

Tabelle 4: Kontaktkonfiguration bei der Halleffektmessung

4.2.2 Messung ohne Nullfeld

Die Hallkonstante läßt sich auch ohne eine Nullfeldmessung bestimmen. Somit können 2 Meßreihen wegfallen. Wie in [He] ausführlich dargelegt, können durch geschickte Mittelung alle Kontakt- und Thermospannungen eliminiert werden bis auf die Ettinghausen-Spannung, welche als systematischer Fehler in die Berechnung der Hallkonstanten eingeht.

Aus Tabelle 4 sind folgende Mittelwertbildungen ersichtlich:

	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Fehler
U1 [mV]	-3.853	-3.875	-3.901	-3.911	-3.930	-3.894	0.030
U2 [mV]	3.850	3.877	3.902	3.913	3.933	3.895	0.032
U3 [mV]	-0.851	-0.851	-0.813	-0.788	-0.782	-0.817	0.033
U4 [mV]	0.809	0.851	0.800	0.818	0.833	0.822	0.020
U5 [mV]	0.788	0.813	0.780	0.790	0.787	0.792	0.013
U6 [mV]	-0.784	-0.810	-0.777	-0.786	-0.785	-0.788	0.013
U7 [mV]	3.935	3.897	3.932	3.912	3.927	3.921	0.016
U8 [mV]	-3.861	-3.856	-3.893	-3.874	-3.878	-3.872	0.015
U9 [mV]	-1.545	-1.542	-1.576	-1.575	-1.574	-1.562	0.017
U10 [mV]	1.530	1.546	1.577	1.579	1.577	1.562	0.022

Tabelle 5: Messung zur Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur, GaAs

$V_{H+}[mV]$	V_{H-} [mV]	R_{H+} [Ω]	R_{H-} [Ω]	R_H [Ω]
-2.332	-2.352	-168.677	-170.102	-169.389
$\Delta V_{H+}[mV]$	ΔV_{H-} [mV]	ΔR_{H+} [Ω]	ΔR_{H-} [Ω]	ΔR_H [Ω]
0.090	0.089	6.656	6.579	4.679

Tabelle 6: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, GaAs

$$
\begin{aligned}
R_{H1} &= \frac{(U_1 - U_2) - (U_5 - U_6)}{4BI} \\
R_{H2} &= \frac{(U_3 - U_4) - (U_7 - U_8)}{4BI}
\end{aligned}
$$

Für die Hallkonstante ergibt sich schließlich

$$
R_H = \frac{R_{H1} + R_{H2}}{2} \tag{13}
$$

.

Aus der Hallkonstanten berechnet sich die Majoritätsladungsträgerkonzentration nach der im Theorieteil hergeleiteten Formel wie folgt:

$$
n = \left| \frac{r}{e \cdot R_H} \right| \tag{14}
$$

Für die Hallbeweglichkeit ergibt sich: $\mu_H = \left| \frac{R_H}{\rho} \right|$

	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Fehler
U1 [mV]	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087	1.32E-09
U2 [mV]	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	1.86E-09
U3 [mV]	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	0.00E+00
U4 [mV]	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00E+00
U5 [mV]	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00E+00
U6 [mV]	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	0.00E+00
U7 [mV]	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	1.86E-09
U8 [mV]	0.088	0.088	0.087	0.088	0.088	0.088	4.47E-04
U9 [mV]	0.044	0.043	0.043	0.044	0.043	0.043	5.48E-04
U10 [mV]	-0.048	-0.049	-0.049	-0.049	-0.049	-0.049	4.47E-04

Tabelle 7: Messung zur Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur, Ge

$V_{H^+}[mV]$	V_{H^-} [mV]	R_{H^+} [Ω]	R_{H^-} [Ω]	R_H [Ω]
0.044	0.044	-3.175	-3.153	-3.164
$\Delta V_{H^+}[mV]$	ΔV_{H^-} [mV]	ΔR_{H^+} [Ω]	ΔR_{H^-} [Ω]	ΔR_H [Ω]
0.000	0.016	0.023	1.141	0.571

Tabelle 8: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, Ge

$V_{H1}[mV]$	V_{H2} [mV]	R_{H1} [Ω]	R_{H2} [Ω]	R_H [Ω]
-2.342	-2.358	-169.389	-170.532	-169.961
$\Delta V_{H1}[mV]$	ΔV_{H2} [mV]	ΔR_{H1} [Ω]	ΔR_{H2} [Ω]	ΔR_H [Ω]
0.012	0.011	1.503	1.476	1.053

Tabelle 9: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, GaAs

4.3 Messung des spezifischen Widerstandes und der Hallkonstanten für Ge bei variabler Temperatur

Wie in den vorangegangenen Abschnitten beschrieben, messen wir den spezifischen Widerstandes und die Hallkonstante für Ge, wobei wir die Temperatur von 70 K bis ca. 206 K variieren. Die Messung der Hallkonstanten erfolgt ohne Nullfeld.

Unsere Ergebnisse sind in Tabelle 13 auf Seite 12 und 14 auf Seite 13 widergegeben und in Abbildung 6 auf Seite 16, Abbildung 7 auf Seite 17, Abbildung 8 auf Seite 18 graphisch dargestellt.

5 Zusammenfassung

Da wir die Dotierung der Halbleiter nicht kennen, konnten wir unsere Meßergebnisse nicht mit den Literaturwerten vergleichen.

Die Messung der Hallkonstanten ohne Magnetfeld lieferte kleinere Fehlergrenzen und zudem hatte man bei dieser Messung 2 Meßreihen weniger. Dies überzeugt uns davon, daß man auf die Messung des Nullfeldes verzichten kann, wenn man geeignete Mittelungen durchführt.

Unsere Graphen zeigen Übereinstimmung mit den nach der Theorie erwarteten Verlauf. Der spezifische Widerstand sinkt erwartungsgemäß mit fallender Temperatur (d.h. die spezifische Leitfähigkeit nimmt zu).

Für die Majoritätsladungsträgerkonzentration erwarten wir den in Abbildung 1 auf Seite 3 angegebenen Verlauf. Unsere Messung zeigt (siehe Abbildung 7 auf Seite 17), daß wir den sogenannten Erschöpfungsbereich durchgemessen haben. Der Abfall der Majoritätsladungsträgerkonzentration zu kleineren Temperaturen hin ist deutlich zu erkennen. Es ist offensichtlich, daß der eine Punkt bei $T \simeq 200$ K ein Meßfehler ist. Vermutlich haben wir die Spannung falsch abgelesen.

Die Hallbeweglichkeit hat den in Abbildung 2 auf Seite 4 dargestellten Verlauf. Unsere Abbildung 8 auf Seite 18 zeigt, daß wir den absteigenden Ast durchgemessen haben. Zu tieferen Temperaturen sind wir nicht

n [$1/m^2$]	ρ [Ω]	σ [$1/\Omega$]	μ_H [m^2/Vs]
3.67232E+16	474.019	0.0021	0.3586
Δn [$1/m^2$]	$\Delta\rho$ [Ω]	$\Delta\sigma$ [$1/\Omega$]	$\Delta\mu_H$ [m^2/Vs]
2.27565E+14	6.592	2.93E-05	0.0055

Tabelle 10: Majoritätsladungsträgerkonzentration, Leitfähigkeit und Hallbeweglichkeit, GaAs

$V_{H1}[mV]$	V_{H2} [mV]	R_{H1} [Ω]	R_{H2} [Ω]	R_H [Ω]
0.044	0.044	-3.164	-3.178	-3.171
$\Delta V_{H1}[mV]$	ΔV_{H2} [mV]	ΔR_{H1} [Ω]	ΔR_{H2} [Ω]	ΔR_H [Ω]
0.000	0.000	0.023	0.024	0.017

Tabelle 11: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, Ge

n [$1/m^2$]	ρ [Ω]	σ [$1/\Omega$]	μ_H [m^2/Vs]
1.96819E+18	9.704	0.1031	0.3268
Δn [$1/m^2$]	$\Delta\rho$ [Ω]	$\Delta\sigma$ [$1/\Omega$]	$\Delta\mu_H$ [m^2/Vs]
1.04156E+16	0.943	1.00E-02	0.0318

Tabelle 12: Majoritätsladungsträgerkonzentration, Leitfähigkeit und Hallbeweglichkeit, Ge

gekommen.

Unsere Fehlerbalken sind sehr klein geworden. Dies deutet darauf hin, daß wir unzutreffende Annahmen bezüglich der Genauigkeit der Meßapparatur gemacht haben. Die logarithmische Darstellung hat die Fehlerbalken weiter verkleinert. Wenn wir beachten, daß wir nur bei 68% unserer Meßpunkte erwarten können, daß sie innnerhalb unserer 1σ-Fehlerbalken liegen, sind unsere Ergebnisse gar nicht mal so schlecht. Von den insgesamt 13 Punkten können 4 Punkte aus der Reihe tanzen. Die übrigen ergeben eine glatte Kurve.

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6	# 7	# 8	# 9	# 10	# 11	# 12	# 13
U1 [mV]	0.0427	0.0457	0.0480	0.0531	0.0544	0.0620	0.0744	0.0855	0.0980	0.1074	0.1200	0.1356	0.1650
U2 [mV]	-0.0540	-0.0602	-0.0665	-0.0728	-0.0809	-0.0860	-0.0974	-0.1079	-0.1118	-0.1188	-0.1414	-0.1632	-0.1859
U3 [mV]	-0.0582	-0.0495	-0.0411	-0.0316	-0.0228	-0.0131	-0.0047	0.0127	0.0254	0.0358	0.0561	0.0770	0.1134
U4 [mV]	-0.1358	-0.1347	-0.1336	-0.1329	-0.1317	-0.1324	-0.1345	-0.1443	-0.1447	-0.1469	-0.1553	-0.1647	-0.1696
U5 [mV]	0.0865	0.0878	0.0931	0.0955	0.1024	0.1053	0.1128	0.1175	0.1206	0.1260	0.1418	0.1597	0.1762
U6 [mV]	-0.0089	-0.0174	-0.0215	-0.0292	-0.0322	-0.0420	-0.0590	-0.0780	-0.0911	-0.1015	-0.1217	-0.1413	-0.1751
U7 [mV]	0.0977	0.1017	0.1017	0.1046	0.1048	0.1080	0.1142	0.1280	0.1300	0.1332	0.1475	0.1605	0.1729
U8 [mV]	0.0203	0.0165	0.0091	0.0038	-0.0038	-0.0107	-0.0243	-0.0304	-0.0413	-0.0510	-0.0655	-0.0832	-0.1107
T_{WA} [mV]	-6.93	-6.76	-6.60	-6.40	-6.21	-5.96	-5.51	-5.17	-4.90	-4.61	-3.96	-3.28	-2.44
T_{WE} [mV]	-6.94	-6.77	-6.61	-6.42	-6.22	-5.98	-5.53	-5.16	-4.90	-4.61	-3.95	-3.28	-2.44
T_{WA} [°C]	-200	-189	-180	-170	-161	-150	-132	-120	-110	-101	-80	-60	-36
T_{WE} [°C]	-200	-190	-181	-171	-162	-151	-133	-119	-110	-101	-80	-60	-36
T_{WA} [K]	73	84	93	103	112	123	141	153	163	172	193	213	237
T_{WE} [K]	73	83	92	102	111	122	140	154	163	172	193	213	237
T_W [K]	73.0	83.5	92.5	102.5	111.5	122.5	140.5	153.5	163.0	172.0	193.0	213.0	237.0
T_H [K]	73.0	82.5	92.0	102.0	111.0	122.0	140.0	154.0	163.0	172.0	193.5	213.0	237.0
T [K]	73.0	83.0	92.3	102.3	111.3	122.3	140.3	153.8	163.0	172.0	193.3	213.0	237.0

Tabelle 13: Messung zur Bestimmung des spezifischen Widerstandes bei variabler Temperatur, Ge

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6	# 7	# 8	# 9	# 10	# 11	# 12	# 13
$R_{12,34}$	0.4825	0.5284	0.5714	0.6282	0.6751	0.7385	0.8573	0.9651	1.0469	1.1287	1.3044	1.4910	1.7510
$\Delta R_{12,34}$	0.0036	0.0036	0.0036	0.0037	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0039	0.0039	0.0040	0.0042	0.0044
$R_{23,41}$	0.3872	0.4251	0.4616	0.5055	0.5434	0.5953	0.6477	0.7834	0.8488	0.9117	1.0549	1.2061	1.4122
$\Delta R_{23,41}$	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041
$R_{12,34}/R_{23,41}$	1.2461	1.2430	1.2378	1.2428	1.2424	1.2406	1.3236	1.2318	1.2334	1.2381	1.2365	1.2362	1.2399
f	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
ρ_1	1.9316	2.1178	2.2940	2.5179	2.7063	2.9623	3.3424	3.8832	4.2101	4.5315	5.2396	5.9899	7.0250
$\Delta\rho_1$	0.0113	0.0113	0.0113	0.0114	0.0115	0.0115	0.0116	0.0118	0.0120	0.0121	0.0124	0.0128	0.0134
$R_{34,12}$	0.4760	0.5250	0.5719	0.6223	0.6717	0.7350	0.8573	0.9755	1.0564	1.1352	1.3149	1.5020	1.7530
$\Delta R_{34,12}$	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0039	0.0039	0.0040	0.0042	0.0044
$R_{41,23}$	0.3862	0.4251	0.4621	0.5030	0.5419	0.5923	0.6911	0.7904	0.8548	0.9192	1.0629	1.2161	1.4152
$\Delta R_{41,23}$	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041
$R_{34,12}/R_{41,23}$	1.2326	1.2347	1.2376	1.2371	1.2394	1.2409	1.2404	1.2342	1.2358	1.2351	1.2371	1.2351	1.2387
f	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
ρ_2	1.9150	2.1100	2.2962	2.4990	2.6952	2.9478	3.4388	3.9220	4.2445	4.5625	5.2806	6.0364	7.0360
$\Delta\rho_2$	0.0113	0.0113	0.0113	0.0114	0.0114	0.0115	0.0117	0.0118	0.0120	0.0121	0.0124	0.0128	0.0134
ρ	1.9233	2.1139	2.2951	2.5084	2.7007	2.9550	3.3906	3.9026	4.2273	4.5470	5.2601	6.0132	7.0305
$\Delta\rho$	0.0080	0.0080	0.0080	0.0081	0.0081	0.0081	0.0082	0.0084	0.0085	0.0086	0.0088	0.0090	0.0095
$\log(\sigma)$	-0.6540	-0.7485	-0.8308	-0.9197	-0.9935	-1.0835	-1.2210	-1.3616	-1.4416	-1.5145	-1.6602	-1.7939	-1.9503
$\Delta\log(\sigma)$	0.0041	0.0038	0.0035	0.0032	0.0030	0.0028	0.0024	0.0021	0.0020	0.0019	0.0017	0.0015	0.0013
$1/T_W$	0.0137	0.0120	0.0108	0.0098	0.0090	0.0082	0.0071	0.0065	0.0061	0.0058	0.0052	0.0047	0.0042

Tabelle 14: Berechnung des spezifischen Widerstandes bei variabler Temperatur, Ge

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6	# 7	# 8	# 9	# 10	# 11	# 12	# 13
U1 [mV]	0.1498	0.1470	0.1441	0.1425	0.1409	0.1371	0.1310	0.1286	0.1220	0.1177	0.1180	0.1186	0.1092
U2 [mV]	0.0484	0.0444	0.0399	0.0363	0.0323	0.0261	0.0152	0.0073	-0.0028	-0.0106	-0.0182	-0.0257	-0.0450
U3 [mV]	-0.0258	-0.0259	-0.0211	-0.0191	-0.0139	-0.0138	-0.0129	-0.0227	-0.0214	-0.0223	-0.0216	-0.0200	-0.0168
U4 [mV]	-0.0625	-0.0865	-0.0798	-0.0757	-0.0686	-0.0662	-0.0614	-0.0672	-0.0642	-0.0615	-0.0546	-0.0469	-0.0345
U5 [mV]	0.0680	0.0655	0.0626	0.0620	0.0598	0.0557	0.0496	0.0442	0.0376	0.0330	0.0315	0.0304	0.0234
U6 [mV]	0.1309	0.1262	0.1212	0.1186	0.1140	0.1080	0.0981	0.0884	0.0795	0.0718	0.0462	0.0564	0.0410
U7 [mV]	-0.1072	-0.1069	-0.1021	-0.1002	-0.0957	-0.0953	-0.0949	-0.1054	-0.1053	-0.1061	-0.1064	-0.1056	-0.1027
U8 [mV]	-0.0057	-0.0041	0.0024	0.0061	0.0127	0.0156	0.0213	0.0161	0.0193	0.0219	0.0294	0.0382	0.0516
U9 [mV]	0.1088	0.1060	0.1029	0.1022	0.1002	0.0963	0.0910	0.0850	0.0786	0.0734	0.0724	0.0716	0.0655
U10 [mV]	0.0911	0.0863	0.0815	0.0788	0.0743	0.0681	0.0579	0.0468	0.0374	0.0293	0.0216	0.0132	-0.0025
T_{WA} [mV]	-6.94	-6.77	-6.61	-6.42	-6.22	-5.98	-5.54	-5.16	-4.90	-4.61	-3.95	-3.28	-2.44
T_{WE} [mV]	-6.94	-6.78	-6.61	-6.42	-6.23	-6.00	-5.54	-5.15	-4.89	-4.60	-3.94	-3.26	-2.43
T_{WA} [°C]	-200	-190	-181	-171	-162	-150	-133	-119	-110	-101	-80	-60	-36
T_{WE} [°C]	-200	-191	-181	-171	-162	-152	-133	-119	-110	-101	-79	-60	-36
T_{WA} [K]	73	83	92	102	111	123	140	154	163	172	193	213	237
T_{WE} [K]	73	82	92	102	111	121	140	154	163	172	194	213	237
T_H [K]	73.0	82.5	92.0	102.0	111.0	122.0	140.0	154.0	163.0	172.0	193.5	213.0	237.0
T_W [K]	73.0	83.5	92.5	102.5	111.5	122.5	140.5	153.5	163.0	172.0	193.0	213.0	237.0
T [K]	73.0	83.0	92.3	102.3	111.3	122.3	140.3	153.8	163.0	172.0	193.3	213.0	237.0

Tabelle 15: Messung zur Bestimmung der Hallkonstanten, der Ladungskonzentration und der Hall-Beweglichkeit bei variabler Temperatur, Ge

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6	# 7	# 8	# 9	# 10	# 11	# 12	# 13
V_H [mV]	0.3025	0.3267	0.3260	0.3257	0.3259	0.3266	0.3290	0.3315	0.3341	0.3343	0.3197	0.3410	0.3438
ΔV_H [mV]	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014
R_H [m^2/As]	2.7346	2.9533	2.9470	2.9443	2.9461	2.9524	2.9741	2.9967	3.0202	3.0220	2.8901	3.0826	3.1079
ΔR_H	0.0030	0.0031	0.0031	0.0031	0.0031	0.0031	0.0032	0.0032	0.0032	0.0032	0.0031	0.0032	0.0033
p [1/m^2]	$2.28 \cdot 10^{18}$	$2.11 \cdot 10^{18}$	$2.12 \cdot 10^{18}$	$2.12 \cdot 10^{18}$	$2.12 \cdot 10^{18}$	$2.11 \cdot 10^{18}$	$2.10 \cdot 10^{18}$	$2.08 \cdot 10^{18}$	$2.07 \cdot 10^{18}$	$2.07 \cdot 10^{18}$	$2.16 \cdot 10^{18}$	$2.02 \cdot 10^{18}$	$2.01 \cdot 10^{18}$
Δn [1/m^2]	$2.48 \cdot 10^{15}$	$2.25 \cdot 10^{15}$	$2.25 \cdot 10^{15}$	$2.25 \cdot 10^{15}$	$2.25 \cdot 10^{15}$	$2.25 \cdot 10^{15}$	$2.23 \cdot 10^{15}$	$2.20 \cdot 10^{15}$	$2.18 \cdot 10^{15}$	$2.18 \cdot 10^{15}$	$2.31 \cdot 10^{15}$	$2.13 \cdot 10^{15}$	$2.11 \cdot 10^{15}$
$\log(p)$	-5.8201	-5.7642	-5.7658	-5.7665	-5.7661	-5.7645	-5.7590	-5.7534	-5.7476	-5.7471	-5.7802	-5.7322	-5.7260
$\Delta \log(p)$	$1.09 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$
$1/T_H$	0.0137	0.0121	0.0109	0.0098	0.0090	0.0082	0.0071	0.0065	0.0061	0.0058	0.0052	0.0047	0.0042
ρ [Ω]	1.9233	2.1139	2.2951	2.5084	2.7007	2.955	3.3906	3.9026	4.2273	4.547	5.2601	6.0132	7.0305
$\Delta\rho$ [Ω]	0.008	0.008	0.008	0.0081	0.0081	0.0081	0.0082	0.0084	0.0085	0.0086	0.0088	0.009	0.0095
μ [m^2/Vs]	1.4218	1.3971	1.2840	1.1738	1.0909	0.9991	0.8772	0.7679	0.7145	0.6646	0.5494	0.5126	0.4421
$\Delta\mu$	0.0061	0.0055	0.0047	0.0040	0.0035	0.0029	0.0023	0.0018	0.0016	0.0014	0.0011	0.0009	0.0008
$\log(\mu)$	0.3519	0.3344	0.2500	0.1602	0.0870	-0.0009	-0.1311	-0.2641	-0.3362	-0.4085	-0.5989	-0.6682	-0.8163
$\log(\mu)$	0.0043	0.0039	0.0036	0.0034	0.0032	0.0029	0.0026	0.0024	0.0023	0.0022	0.0020	0.0018	0.0017
$\log(T)$	4.2905	4.4188	4.5245	4.6274	4.7118	4.8061	4.9434	5.0353	5.0938	5.1475	5.2640	5.3613	5.4681

Tabelle 16: Berechnung der Hallkonstanten, der Majoritätsladungsträgerkonzentration und der Hall-Beweglichkeit bei variabler Temperatur, Ge

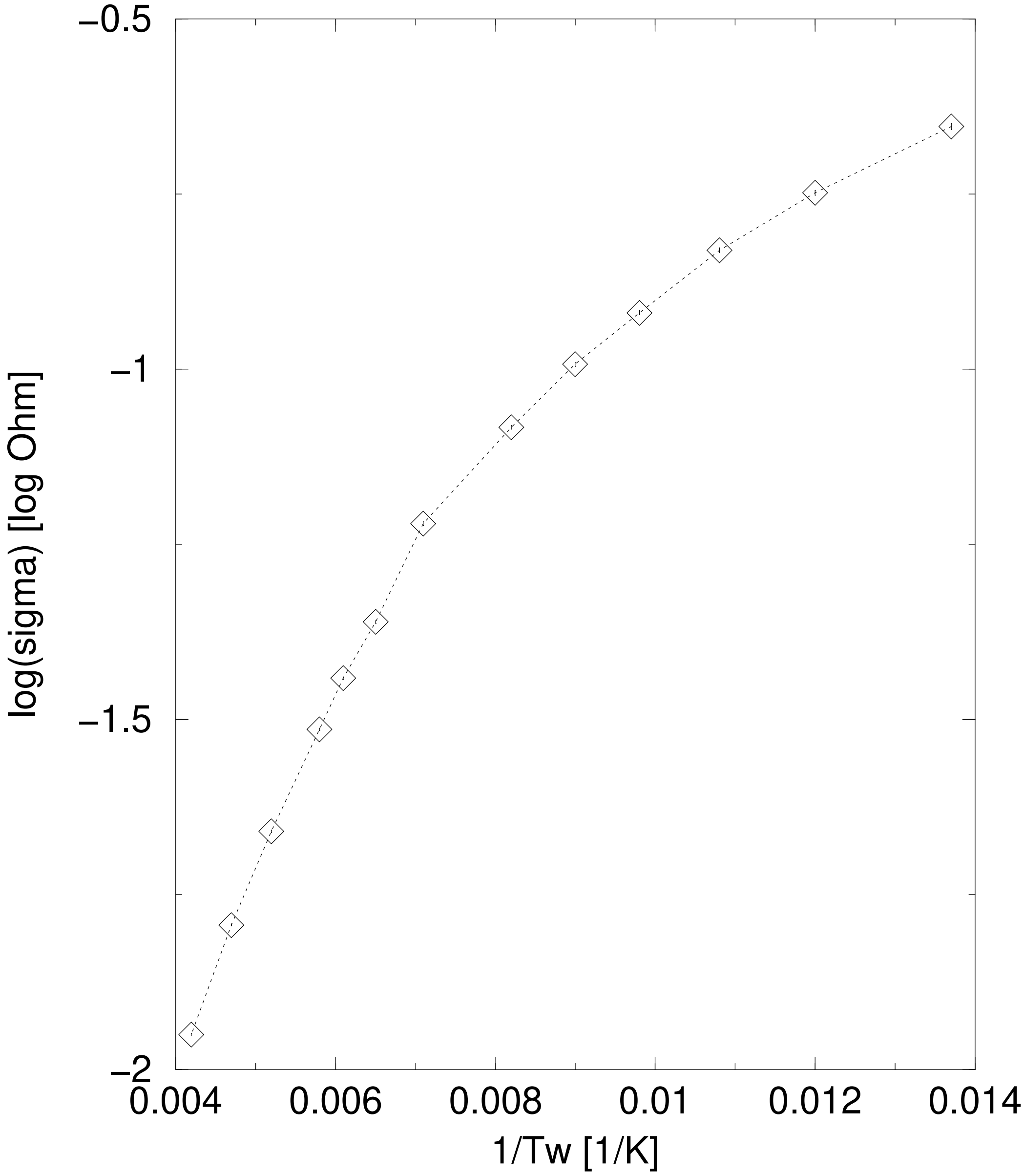

Abbildung 6: Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit σ

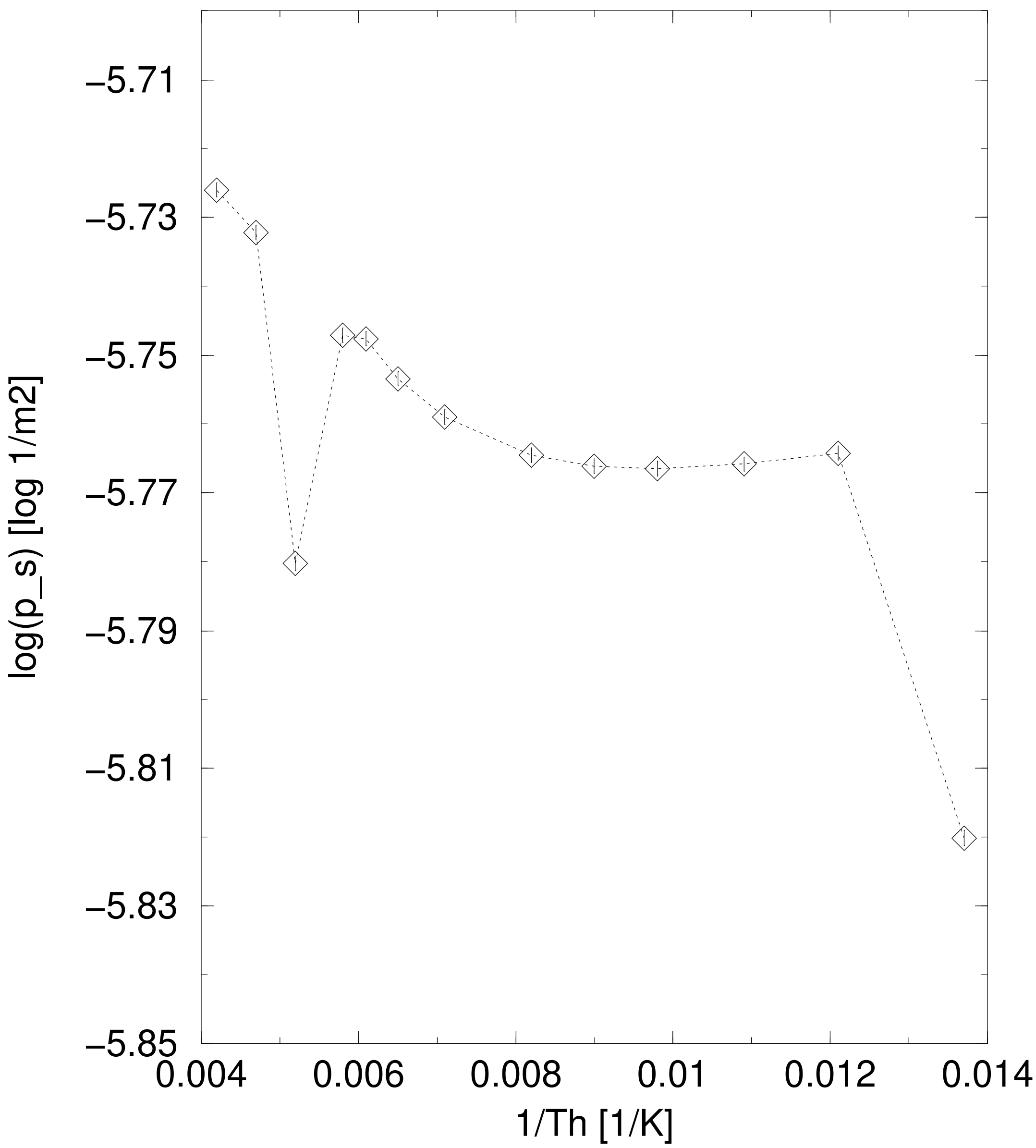

Abbildung 7: Temperaturabhängigkeit der Majoritätsladungsträgerdichte n

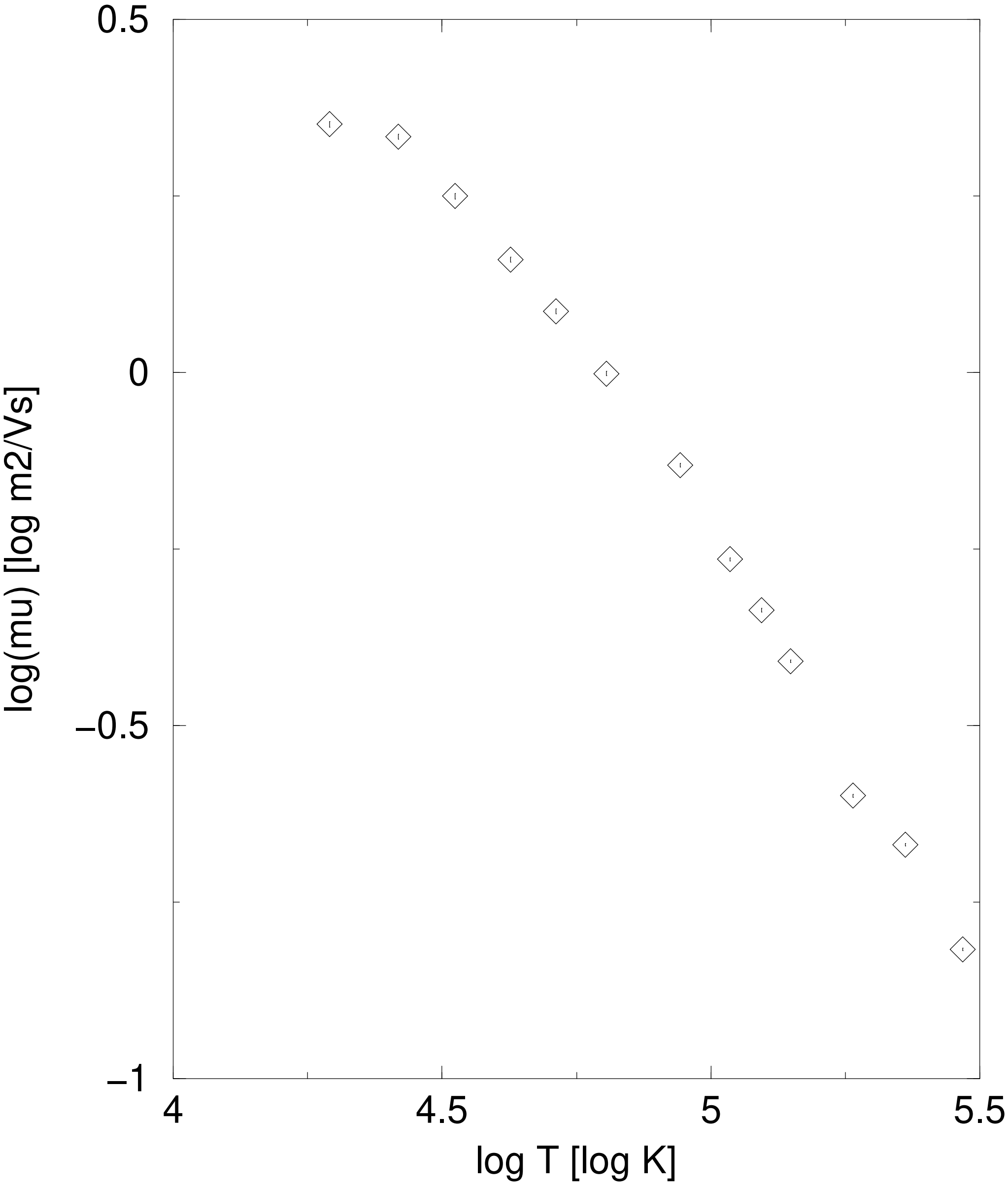

Abbildung 8: Temperaturabhängigkeit der Hallbeweglichkeit μ_H

Literatur

[Ba] R. J. Barlow *Statistics: A Guide to the Use if Statistical Methods in the Physical Sciences* Wiley, 1989

[Ki] Ch. Kittel *Einführung in die Festkörperphysik* Oldenbourg Verlag, München, 1996

[Ib] Ibach / Lüth *Festkörperphysik* Springer, 1995

[Ko] K. Kopitzki *Einführung in die Festkörperphysik* Teubner, 1992

[He] A. Heldt *Diplomarbeit* Bonn, 1993