K223
Winkelkorrelation

Jürgen Päpke Akın Wingerter

17. Mai 2000

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch messen wir die Winkelkorrelation der $\gamma\gamma$-Kaskade bei ^{60}Co und vergleichen die Ergebnisse mit der quantenmechanisch berechneten Winkelabhängigkeit. Die hier vorgestellten Techniken kann man zur Bestimmung von Kernspins einsetzen und sind eine wichtige Informationsquelle für kernphysikalische Prozesse.

2 Theorie

2.1 Ungestörte $\gamma\gamma$-Winkelkorrelation

Im folgenden stellen wir eine vereinfachte Theorie der $\gamma\gamma$-Winkelkorrelation vor, in der wir direkt mit den Wahrscheinlichkeiten arbeiten, anstatt die Übergangsamplituden zu betrachten. Den Nachteil und die Einschränkungen dieser Betrachtungsweise werden wir anschließend diskutieren.

In Abbildung 1 haben wir das Prinzip der Winkelkorrelation dargestellt.

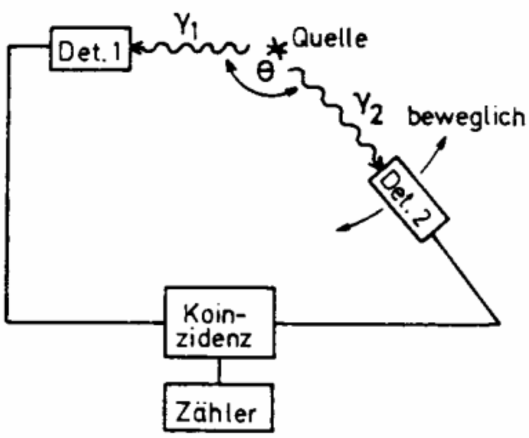

Abbildung 1: Prinzip der $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationsapparatur

Der ^{60}Co-Kern zerfällt unter Aussendung von Elektronen in einen angeregten Zustand des ^{60}Ni-Kerns, der unter Aussendung von 2 hintereinanderfolgenden γ-Quanten in den Grundzustand übergeht. Mathematisch drücken wir das so aus, daß der Anfangszustand $|I_i, m_i\rangle$ unter Emission von γ_1 in den Zwischenzustand $|I, m\rangle$ übergeht, der dann unter Emission von γ_2 in den Endzustand $|I_f, m_f\rangle$ zerfällt.

Wir messen γ_1 (Bahndrehimpuls ℓ_1, Projektion m_1) im ortsfesten Detektor 1, γ_2 (Bahndrehimpuls ℓ_2, Projektion m_2) im beweglichen Detektor 2 und registrieren die Koinzidenzzählrate in Abhängigkeit vom Winkel θ. Wenn wir mit $G(m_i \to m)$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnen, daß der Übergang $m_i \to m$ stattfindet und mit $F_{\ell_1,m_1}(\theta_1)$ die Wahrscheinlichkeit, daß γ_1 in Richtung θ_1 ausgestrahlt wird, ist die Wahrscheinlichkeit, in Detektor 1 ein Ereignis zu registrieren, gegeben durch

$$P(m) = \sum_{m_i} G(m_i \to m) \cdot F_{\ell_1,m_1}(\theta_1).$$

Der Term $F_{\ell_1,m_1}(\theta_1)$ heißt Austrahlungscharakteristik, auf seine Herleitung können wir nicht eingehen. Die Multipolentwicklung dürfte aber bekannt sein und kann nachgelesen werden in [Scha] oder in jedem anderen Kernphysikbuch. $G(m_i \to m)$ ist gegeben durch das Betragsquadrat der Übergangsamplitude:

$$G(m_i \to m) = |\,\langle I, m|\mathcal{M}_{\ell_1,m_1}|I_i, m_i\rangle\,|^2$$

$\mathcal{M}_{\ell_1,m_1}$ ist der Multipoloperator. Weil er in den nachfolgenden Rechnungen keine Rolle spielt, gehen wir nicht weiter auf ihn ein. In dem Ausdruck für die Übergangsamplitude können wir die Abhängigkeit von den Projektionen der Drehimpulse (m_i, m, m_f) explizit angeben, nämlich

$$G(m_i \to m) = |\,\langle I,m|\mathcal{M}_{\ell_1,m_1}|I_i,m_i\rangle\,|^2 = \begin{pmatrix} I_i & \ell_1 & I \\ -m_i & m_1 & m \end{pmatrix}^2 |\,\langle I||\mathcal{M}_{\ell_1,m_1}||I_i\rangle\,|^2.$$

Das ist gerade der Inhalt des Wigner-Eckart-Theorems. Der erste Faktor auf der linken Seite der Gleichung ist das Wignersche $3j$-Symbol und ist im wesentlichen ein Clebsch-Gordan-Koeffizient. Der zweite Faktor ist das sogenannte reduzierte Matrixelement, in dem nur noch die Drehimpulse (bzw. Spins) stehen, und nicht mehr die Projektionen derselben. Diese Zusammenhänge sind in jedem guten Quantenmechaniklehrbuch dargelegt, z. B. in [Sak].

Wie bereits erwähnt, ist Detektor 1 in unserem Experiment an einer festen Position. Damit haben wir eine ausgezeichnete Richtung von der ^{60}Co-Quelle zum Detektor 1, die wir als Quantisierungsachse wählen. Damit ist aber die Drehimpulsprojektion m_1 eingeschränkt auf $m_1 = \pm 1$. Tragen wir dieser Erkenntnis Rechnung und lassen das reduzierte Matrixelement im folgenden weg, erhalten wir

$$P(m) \sim \sum_{m_i} \begin{pmatrix} I_i & \ell_1 & I \\ -m_i & \pm 1 & m \end{pmatrix}^2 F_{\ell_1,\pm 1}(0)$$

Genau an dieser Stelle kommt die Anisotropie in der Austrahlung zustande, die wir im Experiment messen werden. Die Einschränkung $m_1 = \pm 1$ fürt zu einer Ungleichbesetzung des Zwischenniveaus $|I,m\rangle$, denn $|m_i - m| = \pm 1$ ist vorgeschrieben. Weiter unten werden wir dies veranschaulichen.

Jetzt müssen wir noch den Übergang $|I,m\rangle \to |I_f,m\rangle$ in unsere Überlegungen miteinbauen. Die Wahrscheinlichkeit ist genau wie oben gegeben durch

$$P(m_f) = \sum_m G(m \to m_f) \cdot F_{\ell_2,m_2}(\theta_2),$$

bzw. nach den Vereinfachungen

$$P(m_f) \sim \sum_m \begin{pmatrix} I & \ell_2 & I_f \\ -m & m_2 & m_f \end{pmatrix}^2 F_{\ell_2,m_2}(\theta).$$

Die Wahrscheinlichkeit, ein γ-Quant in Detektor 1 und gleichzeitig eins in Detektor 2 zu messen, ist dann gegeben durch das Produkt, wobei über die Endzustände zu summieren ist:

$$W(\theta) = \sum_{m_f} P(m)P(m_f) \sim \sum_{m_i,m,m_f} \begin{pmatrix} I_i & \ell_1 & I \\ -m_i & \pm 1 & m \end{pmatrix}^2 F_{\ell_1,\pm 1}(0) \begin{pmatrix} I & \ell_2 & I_f \\ -m & m_2 & m_f \end{pmatrix}^2 F_{\ell_2,m_2}(\theta) \quad (1)$$

Diese Formel wollen wir nun auf ein Beispiel anwenden.

2.2 0-1-0 Kaskade

Stellen wir uns den Fall vor, der in Abbildung 2 auf der nächsten Seite dargestellt ist. Die Kernspins seien gegeben durch $I_i = 0$, $I = 1$, $I_f = 0$. Aus der quantenmechanischen Vektoraddition folgt, daß $\ell_1 = \ell_2 = 1$ ist, denn

$$|I_i - I| \le \ell_1 \le |I_i + I| \quad \longleftrightarrow \quad 1 \le \ell_1 \le 1$$

und entsprechendes gilt für ℓ_2.

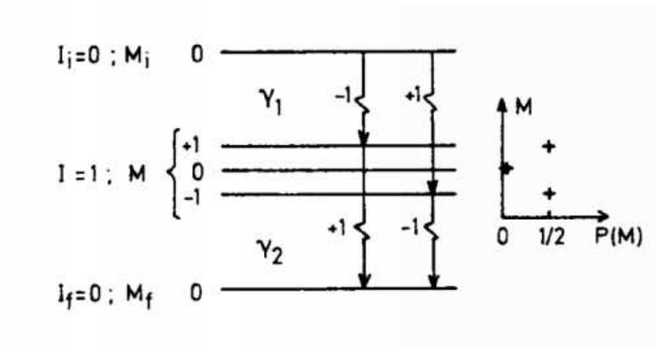

Abbildung 2: Niveauschema für eine 0-1-0 Kaskade

Weil nun nur Übergänge mit $m_1 = \pm 1$ möglich sind, wird $m = 0$ im Zwischenzustand nicht bevölkert. Die Koinzidenzmessung von γ_1 und γ_2 ist nicht mehr isotrop.

Wir wollen nun die Werte in Gleichung 1 auf der vorherigen Seite einsetzen, um die Wahrscheinlichkeit der Emission in eine bestimmte Richtung θ zu bestimmen. Aus $I_i = 0$, $I_f = 0$ folgt natürlich sofort $m_i = 0$, $m_f = 0$, und die Summation in Gleichung 1 auf der vorherigen Seite reduziert sicht auf die Summe über m. Da das Zwischenniveau $m = 0$ aber nicht besetzt wird, kommt nur $m = \pm 1$ in Frage, wir haben also 2 Summanden:

$$W(\theta) \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}^2 F_{1,1}(0) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}^2 F_{1,-1}(\theta) + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2 F_{1,-1}(0) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^2 F_{1,1}(\theta)$$

Wenn wir die Werte für die $3j$-Symbole und die Ausdrücke für die Ausstrahlungscharakteristik einsetzen, erhalten wir schließlich

$$W(\theta) \sim 1 + \cos^2\theta.$$

2.3 $\gamma\gamma$-Kaskade beim Zerfall von ^{60}Co

In Abbildung 3 ist das Zerfallsschema von ^{60}Co wiedergegeben. Wie wir sehen, handelt es sich hier um eine 4-2-0 Kaskade.

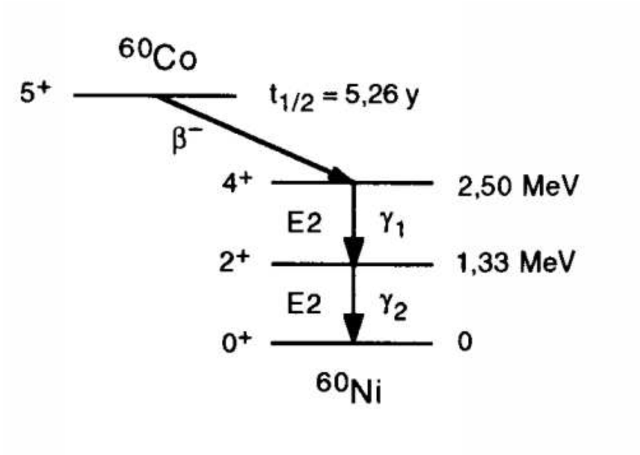

Abbildung 3: Zerfallsschema von ^{60}Co

Da es sich bei den Übergängen um (fast) reine $E2$-Übergänge handelt, können wir Gleichung 1 auf Seite 3 anwenden. Die Rechnung ist analog zur vorigen, es tauchen nur mehr Summanden auf. Wir geben direkt das Endergebnis an:

$$W(\theta) \sim 1 + \frac{1}{8}\cos^2\theta + \frac{1}{24}\cos^4\theta$$

Diese Winkelabhängigkeit erwarten wir als Ergebnis des Experiments.

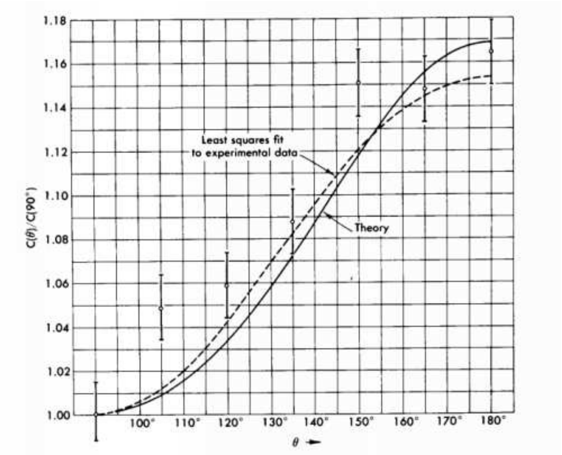

Abbildung 4: Theoretisch erwartete Winkelkorrelation und Meßdaten aus einem Experiment

Um eine Vorstellung zu haben, was wir erwarten zu sehen, ist in Abbildung 4 der theoretische Verlauf wiedergegeben. Diesen haben wir [Me] entnommen.

Abschließend wollen wir einige Schwächen der bisher dargelegten Theorie zur Winkelkorrelation aufzeigen.

2.4 Allgemeine Theorie der $\gamma\gamma$-Winkelkorrelation

Die bisher behandelte Theorie hat eine Reihe von Nachteilen, nämlich:

1. Sie ist nur bei reinen Übergängen anwendbar. Kommen mehrere ℓ-Werte vor, müssen Interferenzterme berücksichtigt werden, man darf also nicht einfach die Betragsquadrate der Amplituden addieren, man muß die Amplituden addieren und dann quadrieren.
2. Wir haben die Richtung, in die γ_1 emittiert wird, als z-Achse ausgezeichnet. Dies ist bei vielen Experimenten ungünstig, z.B. wenn man Störungen von einem Magnetfeld betrachtet.
3. Störungen führen zu Interferenzen, also muß man in jedem Fall Amplituden addieren.

Die allgemeine Theorie zu besprechen oder gar nur anzudeuten, würde den Rahmen des Theorieteils sprengen, ich verweise daher auf [Scha]. Der letzte Punkt in der obigen Aufzählung soll aber kurz erläutert werden.

Man kann Störungen betrachten, z.B. ein von außen angelegtes magnetisches Feld. Wenn das Feld statisch und axialsymmetrisch ist, kann man den Störfaktor analytisch berechnen. Legt man den berechneten Störfaktor bei der Interpretation der gemessenen Daten zugrunde, kann man Informationen über den Kern erhalten, z.B. über die magnetische Dipolwechselwirkung oder die elektrische Quadrupolwechselwirkung. Somit ist die gestörte $\gamma\gamma$-Winkelkorrelation eine sehr wichtige Methode, sich Informationen rund um den Kern zu beschaffen.

3 Versuchsaufbau

3.1 Die Meßapparatur

In Abbildung 5 geben wir nochmal den schematischen Aufbau unseres Experiments wieder.

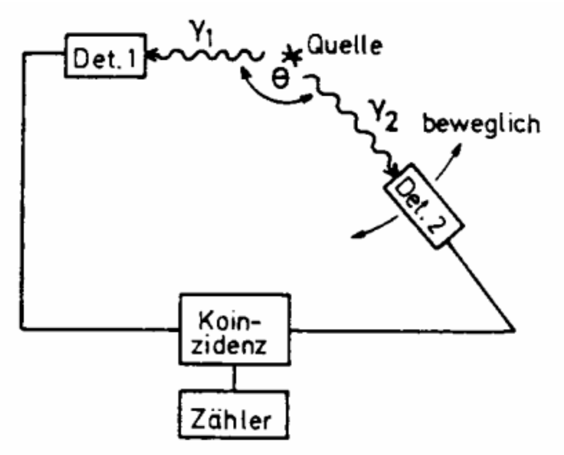

Abbildung 5: Winkelkorrelationsapparatur

Der erste Detektor ist ortsfest, wohingegen der zweite schwenkbar ist. Am Anfang des Versuchs sind die Detektoren entgegengesetzt parallel angeordnet. Wir nehmen die Promptkurve auf und messen das Energiespektrum beider Detektoren. Danach ändern wir den Winkel zwischen den Detektoren in Schritten von 10° und messen die Koinzidenzzählrate.

Die γ-Quanten werden durch Szintillationsdetektoren registriert, und um die Gleichzeitigkeit der Signale aus Detektor 1 und Detektor 2 festzustellen, bedient man sich der Fast-Slow-Koinzidenz. Auf diese Begriffe wollen wir im folgenden kurz eingehen.

3.2 Szintillationszähler

Um den Einfall der γ-Teilchen zu registrieren, benutzen wir Szintillationsdetektoren. Den Aufbau eines Szintillationsdetektors haben wir in Abbildung 6 schematisch wiedergegeben.

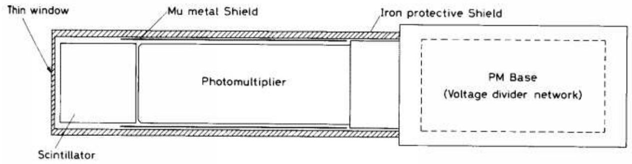

Abbildung 6: Schematischer Aufbau eines Szintillationszählers

Beim Durchgang von Licht durch das Szintillationsmaterial regt es Atome und Moleküle an. Diese strahlen dann Szintillationslicht aus, welches im Photomultiplier (PM) auf der Photokathode durch den photoelektrischen Effekt Elektronen erzeugt. Man jagt diese Elektronen durch ein System von sogenannten Dynoden, wo die Elektronen weitere Elektronen aus dem Metall lösen, und vervielfacht dadurch deren Anzahl. Dieser Strom wird dann gemessen.

3.3 Koinzidenztechniken

Der Koinzidenzzähler in unserem Experiment soll erhöht werden, wenn 2 γ-Quanten gleichzeitig in den Szintillationsdetektoren eintreffen. Aber was heißt gleichzeitig und wie mißt man die Gleichzeitigkeit ?

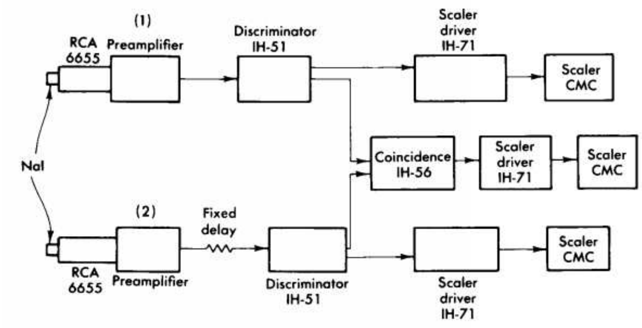

Abbildung 7: Koinzidenzmessungen

In Abbildung 7 ist das Prinzip der Koinzidenzschaltung schematisch dargestellt. Das analoge Signal aus dem Detektor wird durch einen Diskriminator geschickt. Ein Diskriminator hat eine untere Schwelle (LLD) und ein Fenster (ULD). Liegt die Amplitude des eingehenden analogen Signals innerhalb der durch die untere Schwelle und das Fenster definierten Bereichs, wird ein logisches Signal ausgegeben. Das analoge Signal ist also digitalisiert worden.

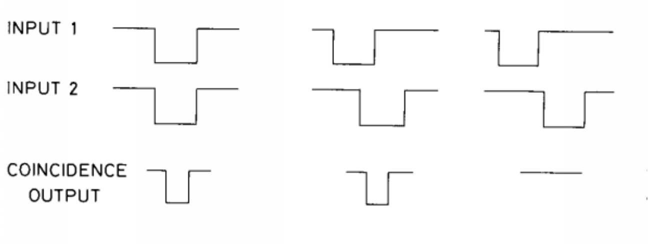

Abbildung 8: Ausgangssignal der Koinzidenzeinheit

Diese digitalisierten Signale werden in die Koinzidenzeinheit geschickt, die nichts anderes als ein "logisches UND" ist: Wenn beide Signale die Amplitude 1 haben, wird 1 ausgegeben, hat eines der Signale Amplitude 0, wird 0 ausgegeben. Hierbei ist im NIM-Standard vorgeschrieben, welche Spannungswerte der 1 und der 0 zugeordnet sind. Abbildung 8 veranschaulicht das Ausganssignal der Koinzidenzeinheit.

Damit dieser Aufbau erfolgreich funktionieren kann, müssen beide Wege vom Detektor zur Koinzidenzeinheit gleich lang sein. Das ist üblicherweise nicht der Fall, also verzögert man eines der beiden Signale so lange, bis 2 Ereignisse, die gleichzeitig sind, auch in der Koinzidenzeinheit gleichzeitig ankommen.

3.4 Die Fast-Slow-Koinzidenz

Man unterscheidet zwischen Fast- und Slowsignalen. Fastsignale sind diejenigen, deren Amplitude innerhalb von wenigen Nanosekunden von 10% auf 90% der Maximalamplitude anwächst, wobei Slowsignale dafür ein paar hundert Nanosekunden oder länger brauchen.

Die Signale aus den Detektoren werden verstärkt, bevor sie zur Pulshöhenselektion in Diskriminatoren geleitet werden. Hierbei wird auch die Signalform deformiert, und Information geht verloren. Für Pulshöhenselektion wäre das Slowsignal aus dem Verstärker besser geeignet, für Koinzidenzzwecke das Fastsignal.

Um das Optimum zu erreichen, baut man eine Fast-Slow-Koinzidenzschaltung auf. Man bringt die beiden Fast-Signale zur Koinzidenz, und der Ausgang dieser Koinzidenz wird mit den beiden Slow-Signalen zur

Dreifachkoinzidenz gebracht. Somit hat man eine hohe Zeitauflösung (Fast-Signale) und dennoch die Vorteile der Slow-Signale (Pulsformung).

4 Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Einstellung der Elektronik

4.1.1 Einstellung der Hauptverstärker

Wir verbinden nacheinander die unipolaren Ausgänge der beiden Hauptverstärker mit dem Oszilloskop. Beide Signale liegen bei ca. 8 V und werden nicht übersteuert. Eine Skizze des Oszilloskopbildes ist im Anhang gegeben (Skizze 1).

Nun stellen wir die beiden Detektoren unter einem Winkel von 180° dicht an die Quelle, damit wir auch eine hohe Zählrate bekommen, und fahren mit den Einstellungen fort.

4.1.2 Einstellung der Constant-Fraction-Diskriminatoren

Wir verbinden den Slow-Ausgang des linken Constant-Fraction-Diskriminators (CFD) mit dem Oszilloskop und triggern über diesen Kanal. Wir haben etwas mit der Schwelle herumgespielt und gesehen, daß das Signal bei zu niedriger Schwelle verschwindet.

Wir geben nun den unipolaren Ausgang des linken Versärkers auf den zweiten Kanal des Oszilloskops und betrachten das Signal. Das Hauptverstärkersignal ist als helle Linie deutlich zu erkennen. Unterhalb dieser hellen Linie sind viele Linien geringer Intensität, die das Rauschen der Elektronik darstellen. Wir stellen nun die Schwelle am CFD so ein, daß das Rauschen optimal unterdrückt und das Signal vom CFD gerade noch zu sehen ist. Dies ist bei der Einstellung CFD = 154.5 Skt der Fall.

Dieselben Einstellungen nehmen wir nun für den rechten CFD und den rechten Verstärker vor und finden, daß das Rauschen bei CFD = 65 Skt optimal unterdrück ist. Die Skizzen unserer Beobachtungen am Oszilloskop sowohl des CFD- wie auch des Hauptverstärkersignals ist im Anhang wiedergegeben (Skizzen 2-5). Auffällig ist, daß sich die beiden Signale für den rechten Detektor ganz und gar nicht überlappen, sie liegen ziemlich weit auseinander. Diese müssen wir in den folgenden Versuchsteilen durch entsprechende Verzögerung eines der beiden Signale zum Überlappen bringen.

Im folgenden bezeichnen wir mit dem Index 1 den linken Detektor und die zugehörige Elektronik (CFD, Verstärker usw.), und mit dem Index 2 entsprechend den rechten Detektor. Detektor 1 ist um eine Achse schwenkbar, wohingegen Detektor 2 ortsfest ist.

4.1.3 Abgleich des schnellen Koinzidenzkreises

Wir verbinden die positiven Ausgänge der CFD mit den Eingängen der Fast-Coincidence und geben den Ausgang der Koinzidenzeinheit über den Impulsformer D^2G^2 auf einen Zähler. An den positiven Ausgängen der CFD steht "slow", aber diese sind gemäß Versuchsanleitung dennoch "fast", so daß wir sie benutzen können. Wir stellen die Auflösungszeit der Fast-Coincidence auf 15.8 ns ein. Bei kleineren Auflösungszeiten arbeitet die Fast-Coincidence nämlich nicht zuverlässig.

Nun verzögern wir die beiden Signale gegeneinander, indem wir einfach Kabel zwischen den Ausgang einer der CFD und dem entsprechenden Eingang der Koinzidenzeinheit enfügen, und messen die Koinzidenzzählrate. Die Meßzeit betrug 40 s. An den Kabeln ist angegeben, welchen Verzögerungszeiten sie entsprechen. Dabei rechnen wir den Delay positiv, wenn wir das Signal vom ersten CFD verzögern, und entsprechend negativ, wenn wir das Signal vom zweiten CFD verzögern.

Unsere Meßergebnisse sind in Tabelle 1 auf Seite 16 wiedergegeben und in Abbildung 9 auf der nächsten Seite graphisch dargestellt.

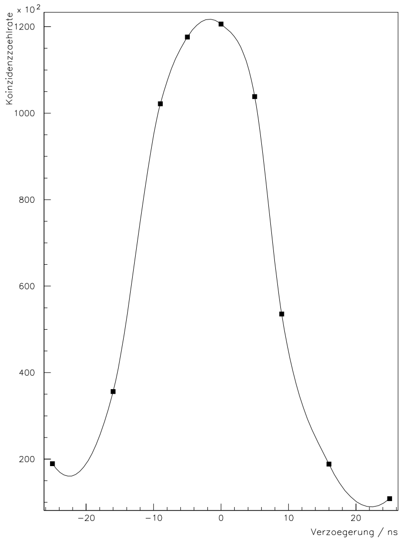

Abbildung 9: Promptkurve: Koinzidenzzählrate aufgetragen gegen die Verzögerung

Wir wählen eine Verzögerung von -3 ns. Mit diesem Wert liegen wir mittig im Plateau der Promptkurve. Die beiden Signale sind dann koinzident, und das System ist unempfindlich gegenüber kleinen Schwankungen beim Eintreffen der Signale in der Koinzidenzeinheit.

Die zeitliche Auflösung der Fast-Concidence ist gegeben durch die volle Halbwertsbreite (FWHM, d.h. Full Width at Half Maximum). Wir lesen diesen Wert in der Graphik mit dem Mauszeiger ab und erhalten

$$\tau = \text{FWHM} = 21.6 \pm 0.2 \text{ ns.}$$

4.1.4 Abgleich des langsamen Koinzidenzkreises

Nun gleichen wir die Fast-Coincidence und die beiden Einkanaldiskriminatoren (SCA) ab. Wir geben das Ausgangssignal der Fast-Coincidence über den Impulsformer D^2G^2 auf einen Kanal des Oszilloskops und triggern über diesen. Dann geben wir nacheinander die Ausgänge der SCA's auf den anderen Kanal des Oszis und bringen die beiden Rechteckimpulse mit Hilfe der Delay-Potentiometer am SCA zur Überlagerung.

Die Signalformen haben wir protokolliert, sie befinden sich im Anhang (Skizze 6). Wir haben am SCA_1 den Delay $D_1 = 488$ Skt und am SCA_2 den Delay $D_2 = 339$ Skt gewählt. Der Impulsformer ist auf 955 Skt eingestellt.

Die 3 Signale (Fast-Coincidence, SCA_1, SCA_2), die nun zeitlich überlappen, werden dann in der Universal Coincidence zur Dreifachkoinzidenz gebracht.

4.2 Messung der Winkelkorrelation

4.2.1 Positionierung der Detektoren und Öffnungswinkelkorrekturen

Unsere Detektoren, mit denen wir die in ein bestimmtes Raumwinkelelement emittierten γ-Quanten detektieren wollen, haben eine endliche Ausdehnung. Außerdem ist es so, daß die γ-Quanten, die am Rande des Kristalls eintreffen, weniger zum Photopeak beitragen als diejenigen, die mittig einfallen. Diese Effekte berücksichtigt man durch sogenannte Öffnungswinkelkorrekturen, die man in der Literatur tabelliert finden kann.

In [Sie], App. 9, p. 1695, sind einige Öffnungswinkelkorrekturen angegeben. Laut Versuchsanleitung hat unser Kristall eine Länge von 1.0 inch und einen Durchmesser von 1.5 inch. Für diese Werte finden wir in [Sie] Angaben über die Korrekturfaktoren für den Abstand Detektor-Quelle d=5.0 cm, 7.0 cm, 10.0 cm. Um also die Korrekturen benutzen zu können, müssen wir einen dieser Abstände wählen. Da wir außerdem an einer möglichst hohen Zählrate interessiert sind, nehmen wir den kleinstmöglichen Abstand, also d=5 cm. Hierfür sind dann die Öffnungswinkelkorrekturen gegeben durch

$$Q_2 = 0.9338 \text{ und } Q_4 = 0.7913$$

für γ-Quanten mit Energien im Bereich 1.5 MeV. Die von uns zu bestimmenden Koeffizienten A_2 und A_4 sind dann durch das Quadrat der entsprechenden Korrektur zu dividieren:

$$A_2^k = \frac{A_2}{Q_2^2}, \quad A_4^k = \frac{A_4}{Q_4^2}$$

4.2.2 Aufnahme des Impulshöhenspektrums

Wir nehmen mit jedem der beiden Detektoren das Impulshöhenspektrum von ^{60}Co auf. Dazu wählen wir bei dem entsprechenden SCA eine feste Fensterbreite, geben den Ausgang auf einen Zähler und fahren mit der unteren Schwelle das Spektrum durch. Der Auswahlschalter befindet sich in der Position WIN, und wir stellen am Potentiometer 150 Skt ein, was einem Fenster von 15 Skt entspricht.

Die Meßzeit betrug 40 s. Unsere Meßwerte sind in Tabelle 2 auf Seite 16 wiedergegeben und in Abbildung 10 graphisch dargestellt.

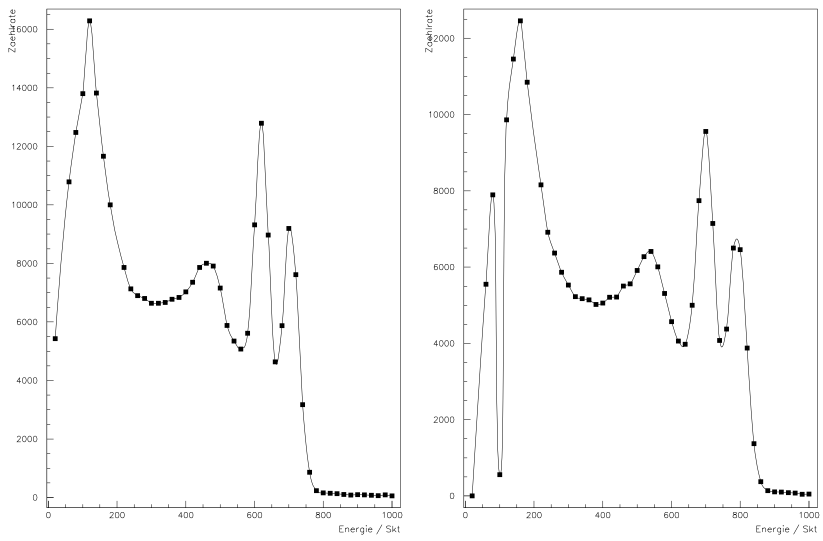

Abbildung 10: Impulshöhenspektrum von Detektor 1 und 2

4.2.3 Messung der zufälligen Koinzidenzen

Um die Zufallskoinzidenzen zu bestimmen, verzögern wir einen Eingang der Fast-Coincidence um einen so großen Wert, daß zwei als koinzident registrierte γ-Quanten unmöglich koinzident sein können. Zu diesem Zweck haben wir alle Kabel, die wir finden konnten, zusammengestöpselt und damit eine der Eingänge der Fast-Coincidence verzögert.

In der Versuchsanleitung ist vorgeschrieben, die Messung über Nacht durchzuführen, um genügend Ereignisse zu zählen, und damit eine bessere Statistik zu bekommen. Wir haben davon abweichend eine Meßzeit von 400 s gewählt, wie es vom Tutor vorgeschlagen wurde, und erhielten eine Koinzidenzzählrate von N_Z=54. Um diesen Wert müssen wir die von uns gemessenen Koinzidenzzählraten korrigieren.

Theoretisch erwarten wir eine zufällige Koinzidenzrate von

$$N_Z^{\text{theo}} = \frac{N_1}{400s} \cdot \frac{N_2}{400s} \cdot \tau \cdot 400s = 44,$$

die Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert ist zufriedenstellend.

4.2.4 Messung der Winkelabhängigkeit der Koinzidenzrate

Wir wählen die untere und obere Schwelle der SCA's so, daß wir die beiden letzten Peaks im Spektrum registrieren. Nun messen wir die Ereignisse in Detektor 1, in Detektor 2 und die Anzahl der Koinzidenzen in einem Winkelbereich von $70° - 200°$ in Schritten von $10°$. Die Meßzeit betrug dabei 400s. Unsere Meßergebnisse sind in Tabelle 3 auf Seite 17 wiedergegeben.

Die von uns gemessene Koinzidenzrate muß um die zufälligen Koinzidenzen korrigiert werden:

$$\tilde{C}_k(\theta) = C(\theta) - 54$$

Da gibt es aber noch mehr zu korrigieren. Um das zu sehen, haben wir in Abbildung 11 die Zählrate der beiden Detektoren gegen den Winkel θ aufgetragen.

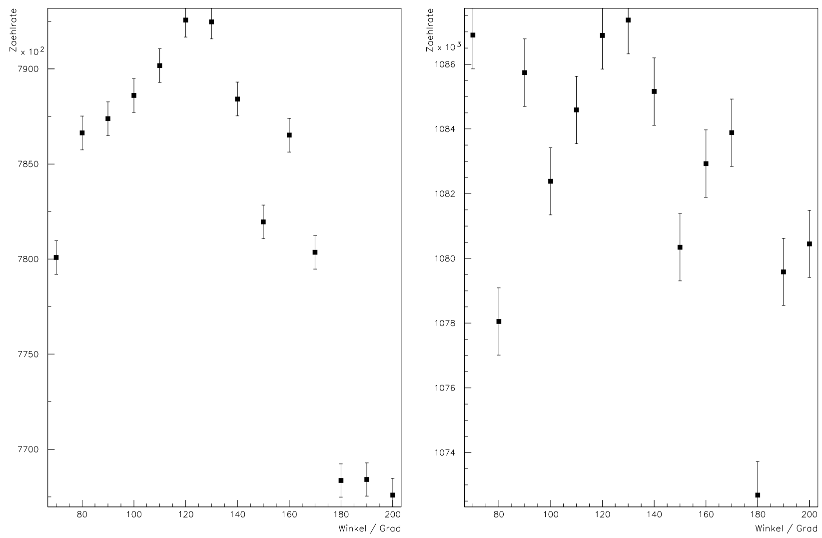

Abbildung 11: Zählrate von Detektor 1 und 2 in Abhängigkeit von θ

Die Zählrate von Detektor 1 hängt stark vom Winkel ab. Das bedeutet, daß die Quelle die γ-Quanten nicht isotrop abstrahlt. Dieser Tatsache tragen wir Rechnung, indem wir die Koinzidenzzählrate mit einem Faktor gewichten:

$$C_k(\theta) = (C(\theta) - 54) \cdot \frac{N_1(180°)}{N_1(\theta)}$$

Man könnte auf die Idee kommen, einen entsprechenden Faktor auch für N_2 hinzuzufügen. Dies habe ich erwogen und anschließend verworfen, aus 2 Gründen. Erstens ist Detektor 2 ortsfest, und die Schwankungen in der Zährate können nicht mit der Anisotropie zusammenhängen. Zweitens sind die Fehlerbalken wesentlich größer als im Fall von Detektor 1, und es ist nicht ein klarer Aufwärts- oder Abwärtstrend in der Zählrate zu erkennen, wie dies für Detektor 1 der Fall ist. Die Schwankungen haben Zufallscharakter. Es sollten aber immernoch ca. 67% (mit ihren Fehlerbalken) auf einer Parallelen zur x-Achse liegen. Daß sie dies nicht tun, deutet darauf hin, daß nicht die Statistik verantwortlich ist für die Abweichung, sondern eher eine schleichende Veränderung in der Versuchselektronik. Diesen Punkt haben wir nicht untersucht, und unser Erklärungsversuch wird spekulativ bleiben müssen.

Die Berechnung der Fehler für die korrigierte Koinzidenzrate (die wir immer noch auf ein Zeitintervall von 400s beziehen) bedarf einiger Überlegung. Naiverweise würde man denken, daß der Fehler gegeben ist durch

$$\Delta C_k(\theta) = C_k(\theta)\sqrt{\left(\frac{\Delta\tilde{C}_k(\theta)}{\tilde{C}_k(\theta)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_1(180^\circ)}{N_1(180^\circ)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_1(\theta)}{N_1(\theta)}\right)^2}. \tag{2}$$

Die quadratische Addition von Fehlern gilt aber nur für Größen, die statistisch unabhängig sind. Ist die Koinzidenzrate unabhängig von N_1 und N_2 ?

Wenn N die Anzahl der Kernzerfälle in der Probe, ω_i den Raumwinkel von Detektor i und ϵ_i seine Effizienz bezeichnen ($i = 1, 2$), ist die Zählrate in Detektor 1 gegeben durch

$$N_1 = N\omega_1\epsilon_1,$$

und die Koinzidenzrate durch

$$C = N\omega_1\epsilon_1\omega_2\epsilon_2.$$

Somit ist klar zu sehen, daß $C \sim N_1$, und die beiden Größen sind nicht unabhängig. Führt man diese Überlegungen konsequent weiter, kommt man bei der korrigierten, normierten Koinzidenzrate zu Fehlern, welche im Vergleich zu denjenigen in [Me] um einen Faktor 10 zu klein sind.

Andererseits ist uns ja auch klar, daß der Quotient $N_1(180^\circ)/N_1(\theta)$ nicht allzu verschieden von 1 ist und daß der Fehler also $\approx \sqrt{C_k(\theta)}$ sein muß. Deshalb nehmen wir als Fehler den in Gleichung 2 gegebenen Ausdruck.

Wie im Theorieteil dargelegt, erwarten wir für die Koinzidenzrate eine funktionale Abhängigkeit der Form

$$C_k(\theta) \sim 1 + \frac{1}{8}\cos^2\theta + \frac{1}{24}\cos^4\theta.$$

Wenn wir also $C_k(\theta)$ auf ein bestimmtes θ normieren, können wir die Proportionalitätskonstante bestimmen:

$$\frac{C_k(\theta)}{C_k(90^\circ)} = 1 + \frac{1}{8}\cos^2\theta + \frac{1}{24}\cos^4\theta$$

Diese spezielle Wahl von θ birgt einige Gefahren in sich, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden.

4.2.5 Fit an die gemessenen Datenpunkte

Wir haben unsere Datenpunkte in Abbildung 12 auf der nächsten Seite graphisch dargestellt.

Wir fitten an die Datenpunkte eine Kurve der Form

$$A_0 \cdot (1 + A_2\cos^2\theta + A_4\cos^4\theta)$$

(durchgezogene Kurve) und erhalten für die Koeffizienten die Werte

$$A_0 = 0.970 \pm 0.013, \quad A_2 = 0.117 \pm 0.081, \quad A_4 = 0.007 \pm 0.078,$$

bzw. nach der Öffnungswinkelkorrektur

$$A_0 = 0.970 \pm 0.013, \quad A_2^k = 0.135 \pm 0.093, \quad A_4^k = 0.01 \pm 0.13.$$

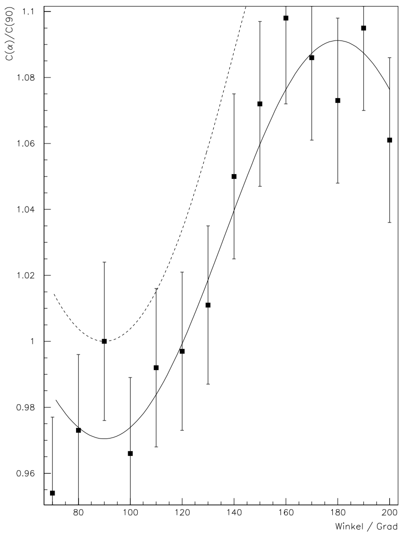

Abbildung 12: Winkelkorrelationskurve

Diese Werte sind zu vergleichen mit den theoretisch berechneten:

$$A_0 = 1.0, \quad A_2 = 0.125, \quad A_4 = 0.042$$

Während wir gute Übereinstimmung für A_2 haben, weicht der Wert für A_4 erheblich vom theoretischen ab, liegt aber innerhalb der 1σ-Fehlergrenze. Das ist aber kein Wunder, denn der Fehler ist riesig.

In Abbildung 12 haben wir die theoretisch zu erwartende Kurve gestrichelt eingezeichnet. Wenn wir uns die Kurve ansehen, fällt uns auf, daß wir eine viel bessere Übereinstimmung hätten, wenn wir die Kurve einfach parallelverschieben. Wieso liegt die Kurve quasi parallel zu unserem Fit ?

Wir hatten den Wert $C_k(90°)$ herausgegriffen und und alle $C_k(\theta)$ darauf normiert. Gerade dieser Wert aber ist leider ein "Ausreißer" (siehe Graphik), und das verfälscht unsere ganze Messung. Um eine bessere Übereinstimmung zu erhalten, habe ich einfach $C_k(90°) = 3400$ gesetzt und alle $C_k(\theta)$ hierauf bezogen. Die damit berechneten Werte sind in Tabelle 4 auf Seite 17 wiedergegeben und in Abbildung 13 auf der nächsten Seite graphisch dargestellt.

Ein Blick auf den Graphen zeigt die blendende Übereinstimmung. Für die Parameter des Fits erhalten wir

$$A_0 = 0.998 \pm 0.013, \quad A_2 = 0.168 \pm 0.082, \quad A_4 = -0.034 \pm 0.079,$$

bzw. nach der Öffnungswinkelkorrektur

$$A_0 = 0.998 \pm 0.013, \quad A_2^k = 0.193 \pm 0.094, \quad A_4^k = -0.06 \pm 0.13.$$

Trotz der guten graphischen Übereinstimmung haben sich beide Werte verschlechtert. Sie liegen weiter von den theoretischen Werten entfernt. Bemerkenswerterweise stimmen diese Werte ziemlich genau mit denen von [Me], p. 424, überein, der

$$A_2 = 0.190 \pm 0.08, \quad A_4 = -0.04 \pm 0.08,$$

herausgefunden hat. Der Wert für A_4 hat negatives Vorzeichen und scheint vollkommen daneben zu sein, aber sowohl [Me] als auch unsere Messung führt zu diesem Ergebnis. Da laut Auskunft vom Tutor bei der Emission der γ-Quanten nur (fast) reine E2-Übergänge beteiligt sind, sollte unsere Theorie eigentlich ziemlich genau zutreffen. Aber unsere Meßergebnisse kann ich auch nicht einfach ignorieren. Daß der tatsächliche Wert für A_4 innerhab der Fehlergrenzen liegt, ist dabei ein schwacher Trost. Eine mögliche

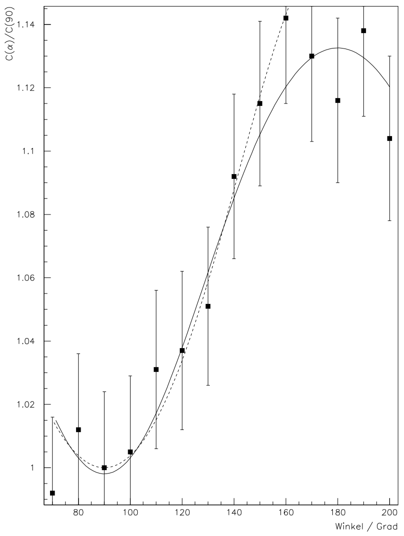

Abbildung 13: Winkelkorrelationskurve, nachdem wir $C_k(90°)$=3400 gesetzt haben

Erklärung ist, daß Störungen vorliegen, z.B. von inneren oder äußeren Magnetfeldern. Wie groß der Einfluß sein kann und ob dies die Abweichung von der Theorie erklärt, kann ich nicht beurteilen, es bedarf tiefergehender Überlegungen.

Wir sind mit dem Ergebnis noch nicht 100%-ig zufrieden. Vielleicht kriegen wir es doch etwas besser hin als [Me], wir messen schließlich rund 40 Jahre nach ihm, haben bessere Instrumente und Computer. Der Knackpunkt bei den beiden Fits war die Auswahl von $C_k(90°)$. Dieser Wert geht in die Berechnung jeden einzelnen Datenpunktes ein, weil wir auf ihn normiert haben. Daß wir diesen Punkt im letzten Fit quasi "korrigiert" haben, ist mehr als willkürlich. Deshalb fitten wir nun eine Kurve direkt an die Werte $C_k(\theta)$ und gucken, was rauskommt.

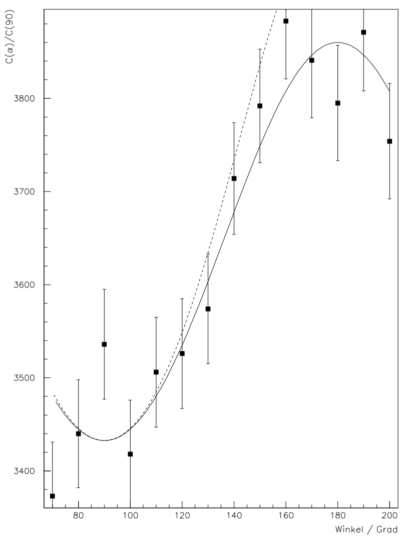

Abbildung 14: Winkelkorrelationskurve. Fit an die nicht normierten Datenpunkte

Das Ergebnis unseres Fits ist in Abbildung 14 wiedergegeben. Die Kurve zeigt am Anfang gute Übereinstimmung, entfernt sich aber zum Ende hin immer weiter von der theoretischen Kurve, die wir gestrichelt eingezeichnet haben. Die graphische Übereinstimmung ist besser als im ersten Fit, aber etwas schlechter als im zweiten. Für die Koeffizienten erhalten wir

$$A_0 = 3432 \pm 31, \quad A_2 = 0.118 \pm 0.057, \quad A_4 = 0.007 \pm 0.06,$$

bzw. nach der Öffnungswinkelkorrektur

$$A_0 = 3432 \pm 31, \quad A_2^k = 0.136 \pm 0.066, \quad A_4^k = 0.008 \pm 0.09.$$

Damit kommen wir den theoretisch erwarteten Koeffizienten wesentlich näher. Der theoretische Wert für A_2 liegt innerhalb der 1σ-Fehlergrenze des gemessenen Wertes. Der Fehler von A_4^k ist wieder unbrauchbar groß, zumindest ist A_4^k wieder positiv.

4.2.6 Zusammenfassung

Wenn wir die Ergebnisse zusammenfassend betrachten, erkennen wir die beste Übereinstimmung mit der Theorie beim allerersten Fit. Das ist erstaunlich, weil bei Betrachtung des Graphen diese gute Übereinstimmung alles andere als offensichtlich ist. Die Parallelverschiebung ändert natürlich nur A_0, und die anderen Koeffizienten A_2 und A_4 bleiben davon unbeinflußt. Aber der $C_k(90°)$ ist daneben, folglich auch die darauf bezogenen Werte, und dieser Fit sollte nicht die besten Ergebnisse liefern.

Die Bestimmung von A_4 gestaltet sich als äßerst schwierig, die Fehler sind in jedem Fall mindestens doppelt so groß wie der zu bestimmende Wert. Genauere Ergebnisse wird man nur erhalten können, wenn man die Statistik verbessert, also länger mißt.

Es ist uns aufgefallen, daß die Werte ohne Öffnungswinkelkorrektur in jedem der drei Fälle den theoretischen Werten näher kommen. Der Korrekturfaktor korrigiert offensichtlich in die falsche Richtung. Dies kann aber auch daran liegen, daß wir aufgrund eines systematischen Fehlers, den wir nicht erkannt haben, zu große Werte messen, die dann nach der Korrektur erst recht zu groß sind.

Als beunruhigend empfand ich die Tatsache, daß die Zählrate vom ortsfesten Detektor 2 eine (wenn auch schwach ausgeprägte) Winkelabhängigkeit zu zeigen scheint. Wie bereits weiter oben im Text erläutert, glaube ich nicht, daß hierfür statistische Schwankungen die Ursache sein können. Eine mögliche Erklärung ist die schleichende Veränderung der Versuchsbedingungen, insbesondere der Elektronik, die ja ziemlich empfindlich ist. Wenn wir zuverlässige Werte für A_4 erhalten wollen, müssen wir diese Unsicherheiten ebenfalls beseitigen. Eine höhere Zählrate, die die Statistik verbessert, ist unzureichend.

Im Großen und Ganzen sind wir mit den erzielten Meßergebnissen zufrieden. Wir haben im Rahmen eines FP-Versuchs dieselbe Genauigkeit erzielt wie [Me]. Ich hoffe, daß meine Ausführungen nicht allzu kritisch gewesen sind.

A Tabellen

Delay [ns]	N [1/40s]
-25	18953
-16	35629
-9	102172
-5	117629
0	120610
5	103853
9	53563
16	18831
25	10862

Tabelle 1: Aufnahme der Promptkurve

LLD [Skt]	N_1 [1/40s]	N_2 [1/40s]	LLD [Skt]	N_1 [1/40s]	N_2 [1/40s]
20	5425	3	520	5879	6275
40	10370	2350	540	5346	6412
60	10784	5552	560	5076	6005
80	12473	7894	580	5613	5308
100	13798	555	600	9319	4571
120	16288	9862	620	12786	4059
140	13818	11456	640	8970	3977
160	11662	12458	660	4637	5000
180	10003	10848	680	5874	7742
200	1610	9548	700	9193	9556
220	7858	8156	720	7613	7147
240	7129	6916	740	3173	4075
260	6899	6369	760	866	4377
280	6800	5867	780	235	6500
300	6636	5527	800	161	6459
320	6641	5226	820	143	3876
340	6664	5174	840	130	1368
360	6773	5142	860	101	374
380	6837	5020	880	83	140
400	7026	5055	900	97	104
420	7353	5209	920	91	99
440	7862	5217	940	76	83
460	8004	5501	960	61	74
480	7906	5560	980	88	45
500	7156	5913	1000	59	49

Tabelle 2: Aufnahme des Impulshöhenspektrums von Detektor 1 und 2

θ [Grad]	N_1 [1/400s]	N_2 [1/400s]	$C(\theta)$ [1/400s]	$C_k(\theta)$ [1/400s]	$C_k(\theta)/C_k(90°)$
180	768357	1072689	3849	3795 ± 62	1.073 ± 0.025
190	768411	1079586	3925	3871 ± 63	1.095 ± 0.025
200	767594	1080448	3804	3754 ± 62	1.061 ± 0.025
170	780363	1083885	3955	3841 ± 62	1.086 ± 0.025
160	786519	1082929	4029	3883 ± 62	1.098 ± 0.026
150	781959	1080345	3913	3792 ± 61	1.072 ± 0.025
140	788417	1085156	3865	3714 ± 60	1.050 ± 0.025
130	792471	1087365	3740	3574 ± 59	1.011 ± 0.024
120	792568	1086891	3691	3526 ± 59	0.997 ± 0.024
110	790173	1084590	3660	3506 ± 59	0.992 ± 0.024
100	788600	1082384	3562	3418 ± 58	0.966 ± 0.023
90	787382	1085740	3678	3536 ± 59	1.000 ± 0.024
80	786633	1078053	3576	3440 ± 58	0.973 ± 0.023
70	780087	1086901	3478	3373 ± 58	0.954 ± 0.023

Tabelle 3: Messung der Winkelkorrelation

θ [Grad]	N_1 [1/400s]	N_2 [1/400s]	$C(\theta)$ [1/400s]	$C_k(\theta)$ [1/400s]	$C_k(\theta)/C_k(90°)$
180	768357	1072689	3849	3795 ± 62	1.116 ± 0.026
190	768411	1079586	3925	3871 ± 63	1.138 ± 0.027
200	767594	1080448	3804	3754 ± 62	1.104 ± 0.026
170	780363	1083885	3955	3841 ± 62	1.130 ± 0.027
160	786519	1082929	4029	3883 ± 62	1.142 ± 0.027
150	781959	1080345	3913	3792 ± 61	1.115 ± 0.026
140	788417	1085156	3865	3714 ± 60	1.092 ± 0.026
130	792471	1087365	3740	3574 ± 59	1.051 ± 0.025
120	792568	1086891	3691	3526 ± 59	1.037 ± 0.025
110	790173	1084590	3660	3506 ± 59	1.031 ± 0.025
100	788600	1082384	3562	3418 ± 58	1.005 ± 0.024
90	787382	1085740	3678	3400 ± 57	1.000 ± 0.024
80	786633	1078053	3576	3440 ± 58	1.012 ± 0.024
70	780087	1086901	3478	3373 ± 58	0.992 ± 0.024

Tabelle 4: Daten der Winkelkorrelation, nachdem wir $C_k(90°)$=3400 gesetzt haben

B PAW Macros und das Fit-Programm

```
MACRO ALLDEF

Size 18 24
Next
Set * ; Option *
opt zfl1
Size 18 24
Histogram/Delete * ; Vector/Delete *
Title_global ' '
Title_global ' ' U
Option NBOX
Option NGRI
Set HWID 1
Set FWID 1
Set BWID 1
Set PWID 1
Set LWID 1
Set CSIZ 0.25
Set VSIZ 0.25
Set TSIZ 0.32
Set XMGL 1.2
Set XMGR 1.2
Set YMGU 0.5
Set YMGL 1.5
Set GSIZ 0.1
Set YHTI 0.7
Set KSIZ 0.15
Set MTYP 1
Zone 1 1
range
points
Next
RETURN


MACRO prompt

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,9)
ve/re vect prompt.txt
ve/copy vect(1,1:9) x
ve/copy vect(2,1:9) y
ve/cre ex(9) R 0 0 0 0 0 0 0 0 0
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 promptkurve.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt=' C'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Verzoegerung / ns' 'Koinzidenzzaehlrate'
close 99
RETURN
```

```
MACRO spektrum1

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,48)
ve/re vect spektrum.txt
ve/copy vect(1,1:48) x
ve/copy vect(2,1:48) y
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 spektrum1.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt=' C'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Energie / Skt' 'Zaehlrate'
close 99
RETURN

MACRO spektrum2

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,48)
ve/re vect spektrum.txt
ve/copy vect(1,1:48) x
ve/copy vect(3,1:48) y
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 spektrum2.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x chopt=' C'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Energie / Skt' 'Zaehlrate'
close 99
RETURN


MACRO n1

exec ALLDEF
ve/cre vect(8,14)
ve/re vect coinc.txt
ve/copy vect(1,1:14) x
ve/copy vect(2,1:14) y
sigma ex=array(14,0#0)
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 n1.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 14 21 0.15 chopt='1'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Winkel / Grad' 'Zaehlrate'
close 99
RETURN



MACRO n2

exec ALLDEF
```

```
ve/cre vect(8,14)
ve/re vect coinc.txt
ve/copy vect(1,1:14) x
ve/copy vect(3,1:14) y
sigma ex=array(14,0#0)
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 n2.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 14 21 0.15 chopt='1'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Winkel / Grad' 'Zaehlrate'
close 99
RETURN



MACRO coinc

exec ALLDEF
ve/cre vect(8,14)
ve/re vect coinc.txt
ve/copy vect(1,1:14) x
ve/copy vect(7,1:14) y
sigma ex=array(14,0#0)
ve/copy vect(8,1:14) ey
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 coinc.eps
metafile 99 -113



ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 14 21 0.15 chopt='1'

fopt = 's'
ffunc = '/home/akin/fp/k223/fit.for'
v/cre par(3) r 1.0 1.0 1.0
V/FIT x y ey [ffunc] [fopt] 3 par

fun/plot (1+0.125*cos(x*0.017453292)**2+0.042*cos(x*0.017453292)**4) 70 190 'S'

Set CLIP 0 ; ATITLE 'Winkel / Grad' 'C([a])/C(90)'
close 99
RETURN


MACRO coinc2

exec ALLDEF
ve/cre vect(8,14)
ve/re vect coinc2.txt
ve/copy vect(1,1:14) x
ve/copy vect(7,1:14) y
sigma ex=array(14,0#0)
```

```
ve/copy vect(8,1:14) ey
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 coinc2.eps
metafile 99 -113



ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 14 21 0.15 chopt='1'

fopt = 's'
ffunc = '/home/akin/fp/k223/fit.for'
v/cre par(3) r 1.0 1.0 1.0
V/FIT x y ey [ffunc] [fopt] 3 par

fun/plot (1+0.125*cos(x*0.017453292)**2+0.042*cos(x*0.017453292)**4) 70 190 'S'

Set CLIP 0 ; ATITLE 'Winkel / Grad' 'C([a])/C(90)'
close 99
RETURN


MACRO coinc3

exec ALLDEF
ve/cre vect(8,14)
ve/re vect coinc.txt
ve/copy vect(1,1:14) x
ve/copy vect(5,1:14) y
sigma ex=array(14,0#0)
ve/copy vect(6,1:14) ey
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 coinc3.eps
metafile 99 -113



ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 14 21 0.15 chopt='1'

fopt = 's'
ffunc = '/home/akin/fp/k223/fit.for'
v/cre par(3) r 3400 1.0 1.0
V/FIT x y ey [ffunc] [fopt] 3 par

fun/plot 3432.6*(1+0.125*cos(x*0.017453292)**2+0.042*cos(x*0.017453292)**4) 70 190 'S'

Set CLIP 0 ; ATITLE 'Winkel / Grad' 'C([a])/C(90)'
close 99
RETURN



      FUNCTION FIT(X)
      COMMON/PAWPAR/PAR(3)
```

```
X = X*0.017453292
FIT = PAR(1)*(1 + PAR(2)*cos(X)**2 + PAR(3)*cos(X)**4)
END
```

Literatur

[Me] A. C. Melissinos *Experiments in Modern Physics* Academic Press, Orlando, Florida, 1966

[Scha] G. Schatz, A. Weidinger *Nukleare Festkörperphysik* Teubner, 1985

[Sak] J. J. Sakurai *Modern Quantum Mechanics* Addison-Wesley, 1994

[Rie] Riezler, Kopitzki *Kernphysikalisches Praktikum* Teubner, 1963

[Sie] K. Siegbahn *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy, Volume I* North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965

[Leo] W. R. Leo *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* Springer, 1994

[Ba] R. J. Barlow *Statistics: A Guide to the Use if Statistical Methods in the Physical Sciences* Wiley, 1989