K225
Positronenlebensdauer in Metallen und Isolatoren

Jürgen Päpke Akın Wingerter

13./14. März 2000

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Wir messen die Positronenlebensdauer in einem Metall und einem Isolator. Beim Metall wird die Temperaturabhängigkeit der mittleren Lebensdauer untersucht und daraus Rückschlüsse auf die Leerstellenenthalpie gezogen.

2 Theorie

2.1 Positronen im Festkörper

Das Positron e^+ ist das Antiteilchen des Elektrons. Es hat demnach die gleiche Masse und den gleichen Spin wie das Elektron, aber die entgegengesetzte Ladung.

Positronen werden u.a. beim β^+-Zerfall erzeugt. Dabei geht ein Proton unter Aussendung eines Neutrinos und eines Positrons in ein Neutron über:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

Gängige Positronenquellen sind z.B. ^{22}Na, ^{55}Co, ^{57}Ni, ^{58}Co, ^{64}Cu, ^{68}Ge und ^{90}Nu. Wir werden im Experiment ^{22}Na verwenden.

Tritt ein Positron aus einer β^+-Quelle in einen Festkörper ein, verliert es innerhalb von ca. 10^{-12} s den Großteil seiner Energie, bis es thermische Energien $E \simeq 10$ meV erreicht. Bei diesen Energien kann das Positron im Festkörper diffundieren, bis es entweder mit einem Elektron zusammentrifft und unter Aussendung von 2 oder mehreren γ-Quanten annihiliert oder ein Elektron einfängt und Positronium bildet.

2.2 Positronenvernichtung

Trifft das Positron auf ein Elektron, zerstrahlt es in 2 oder mehrere γ-Quanten. Wovon hängt es ab, in wieviele γ's das Positron-Elektron-Paar zerstrahlt ?

Elektron und Positron haben Spin 1/2, das Photon hat Spin 1. Treffen nun Positron und Elektron mit antiparallelem Spin aufeinander (d.h. die Spinprojektion auf eine feste, aber beliebige Quantisierungsachse ist $m_s = +1/2$ für das Positron und $m_s =$ -1/2 für das Elektron), muß das Positron-Elektron-Paar in eine gerade Anzahl von γ's zerstrahlen, weil eine ungerade Anzahl immer eine halbzahlige Drehimpulsprojektion ergibt und somit den Drehimpulserhaltungssatz verletzt, weil die ausgestrahlten γ-Quanten ganzzahligen Spin haben.

Analog kann man zeigen, daß bei parallelem Spin das Positron-Elektron-Paar in eine ungerade Anzahl von γ's zerstrahlen muß. Der Zerfall in ein γ-Quant ist wegen Impulserhaltung ausgeschlossen (Im Ruhsystem des Positron-Elektron-Paars ist der Gesamtimpuls gleich 0, nach dem Zerfall muß der Gesamtimpuls immer noch gleich 0 sein, aber ein γ-Quant hat immer den Impuls p=E/c).

Die Zerfallswahrscheinlichkeit ist dem Quadrat der Übergangsamplitude direkt proportional, und die Übergangsamplitude berechnet sich mit den Feynman-Regeln. Für jedes γ kommt in der Amplitude ein Vertexfaktor von $ig_e\gamma^\mu$ vor, wobei die Kopplungskonstante gegeben ist durch $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$. Der Zerfall in 3 γ's ist somit um den Faktor $4\pi\alpha$ unwahrscheinlicher als der Zerfall in 2 γ's, und die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall in mehr als 3 γ's ist praktisch gleich 0 (Da auch andere Faktoren eine Rolle spielen, ist der der 3-γ-Zerfall tatsächlich um den Faktor 1/372 unwahrscheinlicher als der 2-γ-Zerfall).

2.3 Positroniumbildung

Das Positron kann in Isolatoren ein Elektron einfangen und Positronium bilden. Weil im Metall die Leitungselektronen die Ladung des Positrons so effektiv abschirmen, können keine gebundenen Zustände entstehen.

Die Theorie des Wasserstoffatoms können wir auf das System aus Positron und Elektron übertragen, wenn wir in den Formeln die Masse des Protons m_p durch die reduzierte Masse des Systems ersetzen:

$$m_{\mathrm{red}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_e}{2}$$

Um z.B. die Energieniveaus des Positroniums zu erhalten, ersetzen wir in der Formel für das Wasserstoffatom einfach $m \to m/2$:

$$E_n^{\mathrm{pos}} = \frac{1}{2} E_n = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2}$$

Die Bindungsenergie im Grundzustand ergibt sich also zu 13.6 eV / 2 = 6.8 eV.

Auch hier gibt es wieder 2 Fälle zu unterscheiden, nämlich

1. den Singletzustand 1^1S_0 mit einer mittleren Lebensdauer von τ=125 ps (Parapositronium)
2. den Tripletzustand 1^3S_1 mit einer mittleren Lebensdauer von τ=142 ps (Orthopositronium)

Die Zerfallswahrscheinlichkeit für das Positronium ist direkt proportional der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Positrons am Orte des Elektrons: $\Gamma \sim |\psi(0)|^2$. Wir können diese Wahrscheinlichkeit berechnen und erhalten als Ergebnis

$$\Gamma = \alpha^5 mc^2 \frac{1}{2\hbar}$$

für den Grundzustand von Parapositronium. Die mittlere Lebensdauer ergibt sich zu $\tau = 1/\Gamma = 125$ ps in glänzender Übereinstimmung mit dem Experiment.

Parapositronium zerstrahlt unter Aussendung von 2 γ-Quanten (der Zerfall in 4, 6, 8, ... ist unterdrückt) und Orthopositronium zerstrahlt in 3 γ-Quanten (der Zerfall in 5, 7, 9, ... ist unterdrückt). Die Begründung ist dieselbe wie oben.

Die obigen Überlegungen gelten für das freie Positronium. Im Medium kann das Orthopositronium auch unter Aussendung von 2 γ-Quanten zerstrahlen, wenn nämlich das Positron mit einem weiteren Elektron aus dem Medium zusammentrifft, das bezüglich e^+ antiparallelen Spin hat. Diesen Effekt können wir experimentell sehr schön verifizieren: Die Lebensdauerkurve in halblogarithmischer Darstellung ist für den Isolator keine reine Gerade, sondern hat einen "Knick".

2.4 Gitterdefekte in Metallen und das Haftstellenmodel

Die Lebensdauer thermalisierter Positronen im Festkörper hängt von der mittleren Elektronendichte am Positronenort ab. Im Festkörper können sogenannte "Leerstellen" vorhanden sein. Diese Leerstellen sind bezüglich der Umgebung negativ geladen, weil dort ein positives Ion entfernt wurde. Das Positron kann nun von der Leerstelle eingefangen werden und hat dort wegen der geringeren Elektronenkonzentration eine längere Lebensdauer.

Das Verhältnis von freien zu eingefangenen Positronen ist im thermischen Gleichgewicht gegeben durch

$$c_v = c_0 \exp\left(-\frac{E_v^F}{kT}\right),$$

wobei c_0 ein von der Entropie abhängiger Vorfaktor, E_v^F die zur Bildung einer Leerstelle notwendige Energie, k die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur in Kelvin ist.

Wir stellen ein einfaches Haftstellenmodell auf. Es seien N die Zahl einfallender Positronen, λ_f die Annihilationsrate für die freien Positronen, λ_v die Annihilationsrate für die an Leerstellen gebundene Positronen, μ_v die Rate, mit der die Positronen in der Leerstelle eingefangen werden, und ξ_v die Rate, mit der sie sich wieder von der Leerstelle ablösen können ($\xi_v \ll \mu_v$).

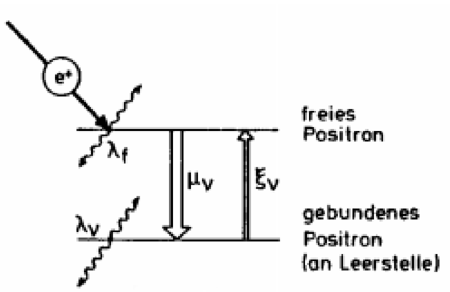

Abbildung 1: Haftstellenmodell für thermalisierte Positronen

Die Anzahl der freien Positronen sei n_f und die Anzahl der an Leerstellen gebundenen Positronen sei n_v. Für ihre zeitliche Änderung ergibt sich dann (siehe Abbildung 1):

$$\begin{aligned}\frac{dn_f}{dt} &= -\lambda_f n_f - \mu_v c_v n_f + \xi_v n_v + N \\ \frac{dn_v}{dt} &= -\lambda_v n_v + \mu_v c_v n_f - \xi_v n_v\end{aligned}$$

Im thermischen Gleichgewicht verschwinden die zeitlichen Ableitungen. Definieren wir f_f als den Bruchteil freier Positronen und f_v analog als den Bruchteil gebundener Positronen, ergibt das Auflösen der o.a. Gleichungen:

$$\begin{aligned}f_f &= \frac{n_f}{n_f + n_v} = \frac{\lambda_v + \xi_v}{\lambda_v + \xi_v + \mu_v c_v} \\ f_v &= \frac{n_v}{n_f + n_v} = \frac{\mu_v c_v}{\lambda_v + \xi_v + \mu_v c_v}\end{aligned}$$

In unserem Experiment messen wir eine mittlere Lebensdauer $\bar{\tau}$, die gegeben ist durch

$$\frac{1}{\bar{\tau}} = f_f \frac{1}{\tau_f} + f_v \frac{1}{\tau_v},$$

wobei die die Lebensdauern der freien und gebundenen Positronen $\tau_f = 1/\lambda_f$ und $\tau_v = 1/\lambda_v$ sind.

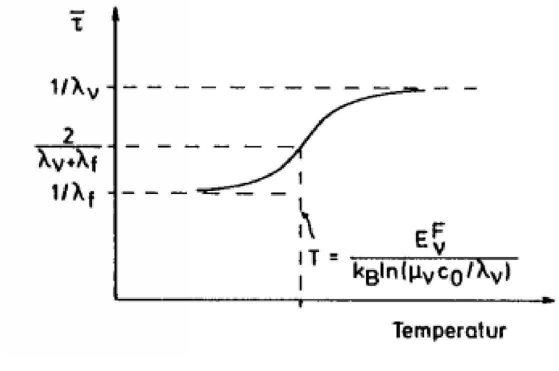

Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der mittleren Annihilationslebensdauer

Machen wir die zusätzliche Annahme, daß sich die Positronen von der Leerstelle nicht loslösen können ($\xi_v = 0$) und setzen wir die Ausdrücke für f_f, f_v und c_v in die vorige Gleichung ein, erhalten wir für die mittlere Lebensdauer

$$\bar{\tau} = \frac{\lambda_v + \mu_v c_0 \exp(-E_v^F/kT)}{\lambda_v \lambda_f + \mu_v \lambda_v c_0 \exp(-E_v^F/kT)}$$

In Abbildung 2 auf der vorherigen Seite haben wir den graphischen Verlauf der mittleren Lebensdauer in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Aus der Kurvenform lassen sich die Annihilationsraten λ_f und λ_v entnehmen und dadurch τ_f und τ_v bestimmen.

3 Versuchsaufbau

3.1 Die Positronenquelle

Als Positronenquelle benutzen wir ^{22}Na, das sich besonders gut dafür eignet. Die Positronenausbeute liegt bei 90%, und wegen der langen Lebensdauer von $t_{1/2} = 2.6$ y muß man das Präparat nicht so oft austauschen. In Abbildung 3 ist das vereinfachte Zerfallsschema von ^{22}Na wiedergegeben.

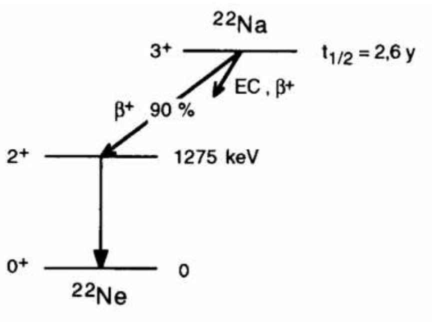

Abbildung 3: Zerfallsschema von ^{22}Na

Nach dem β^+-Zerfall mit $E_{\max} = 544$ keV tritt mit einer Verzögerung von 4 ps ein γ-Quant der Energie E=1275 keV auf. In den allermeisten Fällen kann man die Verzögerungszeit von 4 ps vernachlässigen und das γ-Signal als Startereignis für die Lebensdauermessung des Positrons verwenden.

3.2 Die Meßapparatur und das Meßprinzip

Die Positronenquelle wird mittig zwischen die zwei Szintillationsdetektoren plaziert. Den Aufbau haben wir in Abbildung 4 schematisch wiedergegeben. Die Meßelektronik wird weiter unten erläutert.

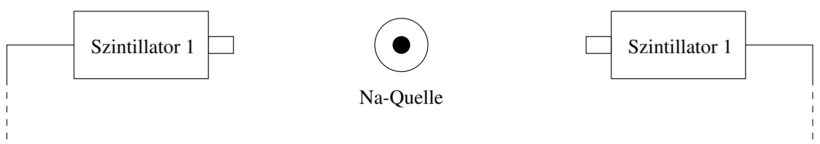

Abbildung 4: Schematischer Aufbau zur Messung der Positronenlebensdauer

Wir wollen die Zeitdifferenz zwischen Aussendung des Positrons aus dem Kern und seiner Annihilation messen. Das γ-Quant mit der Energie E=1275 keV, das unmittelbar auf den β^+-Zerfall des Atomkerns folgt, dient als Startsignal. Annihiliert das Positron mit einem Elektron, werden 2 γ-Quanten mit der Energie E=511 keV in entgegengesetzter Richtung ausgestrahlt. Die Gleichzeitigkeit überprüfen wir mit einer Koinzidenzeinheit, welches ein logisches Signal liefert, wenn in beiden Detektoren gleichzeitig ein γ-Quant der Energie E=511 keV eintrifft. Dieses Signal ist unser Stopsignal. Die Zeitdifferenz wird über ein TAC auf das MCA gegeben und aufgezeichnet. Wir erhalten eine Exponentialkurve, der wir die Lebensdauer entnehmen können.

3.3 Die Detektoren und die Meßelektronik

3.3.1 Szintillationszähler

Um den Einfall der γ-Teilchen zu registrieren, benutzen wir Szintillationsdetektoren. Den Aufbau eines Szintillationsdetektors haben wir in Abbildung 5 schematisch wiedergegeben.

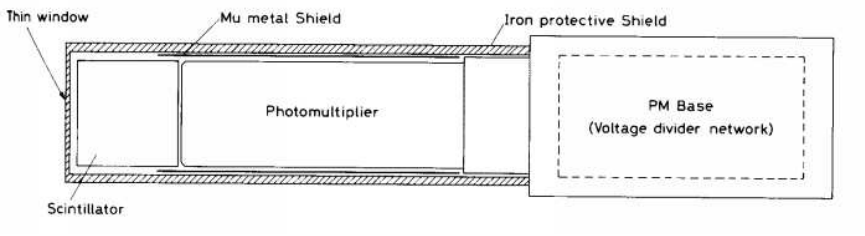

Abbildung 5: Schematischer Aufbau eines Szintillationszählers

Beim Durchgang von Licht durch das Szintillationsmaterial regt es Atome und Moleküle an. Diese strahlen dann Szintillationslicht aus, welches im Photomultiplier (PM) auf der Photokathode durch den photoelektrischen Effekt Elektronen erzeugt. Man jagt diese Elektronen durch ein System von sogenannten Dynoden, wo die Elektronen weitere Elektronen aus dem Metall lösen, und vervielfacht dadurch deren Anzahl. Dieser Strom wird dann gemessen.

Es gibt organische und anorganische Szintillatoren, und beide haben ihre Vor- und Nachteile. In unserem Versuch verwenden wir einen anorganischen kristallinen Szintillator, nämlich BaF_2. Der Vorteil von anorganischen Szintillatoren ist deren größere Wechselwirkung mit dem Licht aufgrund der höheren Dichte und die große Lichtausbeute. BaF_2 im speziellen hat eine so schnelle "time response", daß es 2 mal so schnell wie der schnellste Plastikszintillator ist.

3.3.2 Koinzidenztechniken

Das Stopsignal in unserem Experiment soll ausgelöst werden, wenn 2 γ-Quanten gleichzeitig in den Szintillationsdetektoren eintreffen. Aber was heißt gleichzeitig und wie mißt man die Gleichzeitigkeit ?

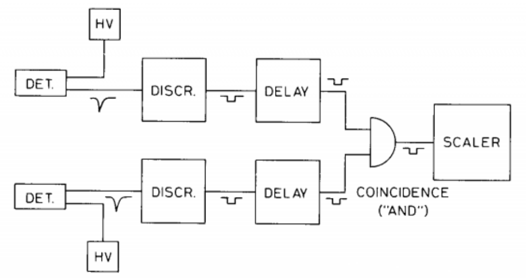

Abbildung 6: Koinzidenzmessungen

In Abbildung 6 ist das Prinzip der Koinzidenzschaltung schematisch dargestellt. Das analoge Signal aus dem Detektor wird durch einen Diskriminator geschickt. Ein Diskriminator hat eine untere Schwelle (LLD) und ein Fenster (ULD). Liegt die Amplitude des eingehenden analogen Signals innerhalb der durch die untere Schwelle und das Fenster definierten Bereichs, wird ein logisches Signal ausgegeben. Das analoge Signal ist also digitalisiert worden.

Diese digitalisierten Signale werden in die Koinzidenzeinheit geschickt, die nichts anderes als ein "logisches UND" ist: Wenn beide Signale die Amplitude 1 haben, wird 1 ausgegeben, hat eines der Signale

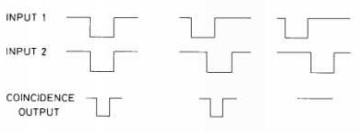

Abbildung 7: Ausgangssignal der Koinzidenzeinheit

Amplitude 0, wird 0 ausgegeben. Hierbei ist im NIM-Standard vorgeschrieben, welche Spannungswerte der 1 und der 0 zugeordnet sind. Abbildung 7 veranschaulicht das Ausganssignal der Koinzidenzeinheit.

Damit dieser Aufbau erfolgreich funktionieren kann, müssen beide Wege vom Detektor zur Koinzidenzeinheit gleich lang sein. Das ist üblicherweise nicht der Fall, also verzögert man eines der beiden Signale so lange, bis 2 Ereignisse, die gleichzeitig sind, auch in der Koinzidenzeinheit gleichzeitig ankommen.

3.3.3 Die Fast-Slow-Koinzidenz

Man unterscheidet zwischen Fast- und Slowsignalen. Fastsignale sind diejenigen, deren Amplitude innerhalb von wenigen Nanosekunden von 10% auf 90% der Maximalamplitude anwächst, wobei Slowsignale dafür ein paar hundert Nanosekunden oder länger brauchen.

Die Signale aus den Detektoren werden verstärkt, bevor sie zur Pulshöhenselektion in Diskriminatoren geleitet werden. Hierbei wird auch die Signalform deformiert, und Information geht verloren. Für Pulshöhenselektion wäre das Slowsignal aus dem Verstärker besser geeignet, für Koinzidenzzwecke das Fastsignal.

Um das Optimum zu erreichen, baut man eine Fast-Slow-Koinzidenzschaltung auf. Der Fast-Zweig gibt uns an, wann 2 Ereignisse gleichzeitig sind, und der Slow-Zweig bestimmt durch Impulshöhenselektion, welche Ereignisse wir zählen. Diese etwas allgemein gefaßten Worte werden klarer, wenn wir die Versuchsdurchführung der einzelnen Versuchsteile beschreiben.

4 Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Das Energiespektrum von ^{22}Na

Zunächst wollen wir mit beiden Detektoren das Energiespektrum unserer ^{22}Na-Quelle aufnehmen. Wir werden dann denjenigen Detektor, welcher den 1275-keV-Peak besser auflöst, als unser Startsignal verwenden. In Abbildung 8 auf der nächsten Seite haben wir die Verkabelung der Meßelektronik für die Aufnahme des Spektrums des linken Detektors wiedergegeben. Für den rechten Detektor verfährt man analog.

Das Hauptverstärkersignal wird geteilt. Der eine Zweig wird in den Direct-In-Eingang des MCAs gegeben und registriert (wenn am Gate ein Signal anliegt). Der zweite Zweig wird in einen Diskriminator gegeben, der aus dem analogen Signal ein logisches Signal erzeugt, das dann als Gate-Signal für den MCA dient. Damit das Signal am Direct-In-Eingang registriert wird, muß dieses Signal mit dem Gate-Signal gut überlappen.

Wir betrachten beide Signale gleichzeitig auf dem Oszilloskop und schalten Delays dazu, bis eine optimale Überlappung hergestellt ist. Wir haben das Gate-Signal um 0.5 μs verzögert (sowohl für den linken wie für den rechten Detektor). Im Skript stand, man solle das Direct-In-Signal verzögern. Wir mußten aber feststellen, daß mit einer Verzögerung des Direct-In-Signals die Überlappung nicht zu erreichen war. Der Tutor hatte Gelegenheit, sich von diesem Schaverhalt persönlich zu überzeugen.

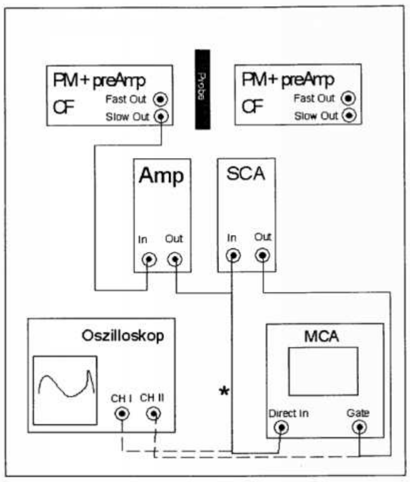

Abbildung 8: Versuchsaufbau für die Aufnahme des Spektrums und die Einstellungen zur Promtkurve

Linker Detektor: Zur Aufnahme des Spektrums haben wir die untere Schwelle ganz runtergedreht, das Fenster ganz aufgedreht und 10 Minuten gemessen. Die Einstellungen des Mainamplifiers waren wie folgt: Coarse Gain = 64, Fine Gain = 316, Zeitkonstante = 0.8 μs.

Rechter Detektor: Zur Aufnahme des Spektrums haben wir die untere Schwelle ganz runtergedreht, das Fenster ganz aufgedreht und 10 Minuten gemessen. Die Einstellungen des Mainamplifiers waren wie folgt: Coarse Gain = 1000, Fine Gain = 918, Zeitkonstante = 1 μs.

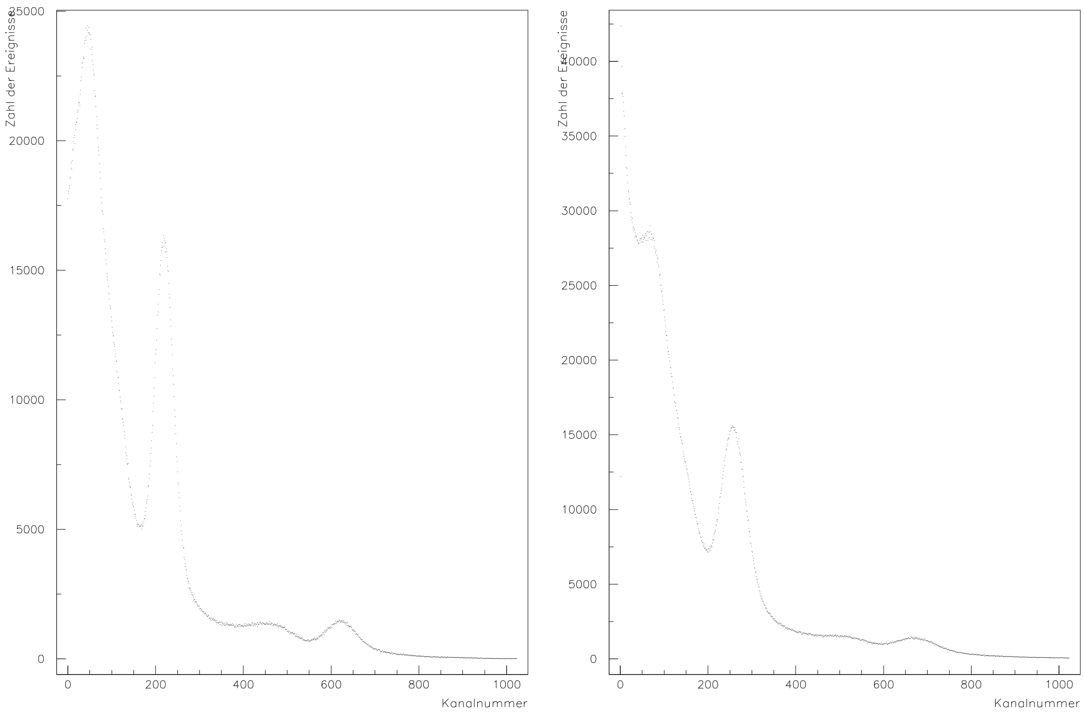

Abbildung 9: Spektren von ^{22}Na für den linken und rechten Detektor

In Abbildung 9 auf der vorherigen Seite haben wir die Spektren graphisch wiedergegeben. Man erkennt deutlich, daß der linke Detektor den 1275-keV-Peak besser auflöst. Wir haben also den linken Detektor als Startsignal gewählt.

4.2 Promptkurve und Zeiteichung

4.2.1 Einstellen der Fenster

Um die Promptkurve aufzunehmen, müssen die Fenster beider Detektoren auf die 511-keV-Linie eingestellt werden. Betrachte Abbildung 8 auf der vorherigen Seite. Wir oszilloskopieren das Hauptverstärkersignal (wobei wir darauf achten, daß es stets mit dem logischen Signal aus dem Diskriminator überlappt, ggf. Delays hinzuschalten). Die 511-keV-Linie ist leicht am ihrer Helligkeit zu erkennen. Wir stellen nun erst einmal das Fenster grob ein, indem wir die untere Schwelle hochdrehen und das Fenster verkleinern, bis im wesentlichen nur noch die helle 511-keV-Linie im Oszi zu sehen ist.

Nach dieser Grobeinstellung geben wir die Signale des Hauptverstärkers und des SCAs, die wir mit dem Oszi betrachtet haben, auf den MCA und stellen nun das Fenster so ein, daß nur noch die 511-keV-Linie wächst. Mit dem zweiten Detektor verfahren wir genauso.

Für den linken Detektor haben wir LLD=161 Skt und ULD=93 Skt gewählt und das Direct-In-Signal um 0.5 μs verzögert. Für den rechten Detektor haben wir LLD=124 Skt und ULD=53 Skt gewählt und das Direct-In-Signal um 1 μs verzögert.

4.2.2 Messung der Promptkurve und die Zeitauflösung

Die Verkabelung für die Messung der Promptkurve ist in Abbildung 10 dargestellt.

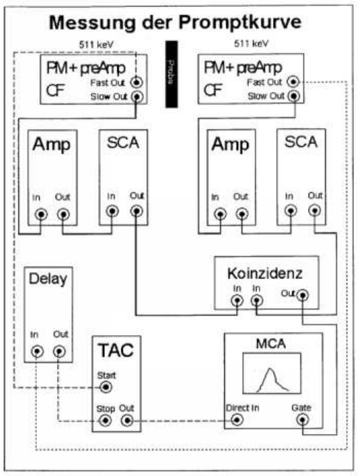

Abbildung 10: Versuchsaufbau für die Aufnahme der Promtkurve

Wie in Abschnitt 3.3.3 auf Seite 8 beschrieben, bauen wir eine Fast-Slow-Koinzidenzschaltung auf. Der Slow-Kreis steuert das Gate am MCA, und die Zeitinformation ist im Fast-Kreis enthalten, der das Start- und Stopsignal gibt.

Der Fast-Ausgang des linken Detektors wird als Startsignal und der Fast-Ausgang des rechten Detektors wird als Stopsignal auf den TAC (Time to Amplitude Converter) gegeben. Der TAC macht nichts anderes als die Zeitdifferenz zwischen dem Start- und Stopsignal in eine dazu proportionale Amplitude umzuwandeln, die vom MCA registriert werden kann.

Es werden aber nicht alle Ereignisse gezählt, sondern nur diejenigen, für die am Gate ein Signal anliegt. Im Slow-Kreis gibt man die beiden Signale aus den Diskriminatoren auf eine Koinzidenzeinheit, deren Ausgang am Gate liegt. Am Gate liegt also nur ein Signal an, wenn beide Detektoren gleichzeitig ein γ-Quant der Energie E=511 keV registrieren. In Abbildung 11 haben wir unsere Messung der Promptkurve wiedergegeben. Die Meßzeit betrug 10 minuten.

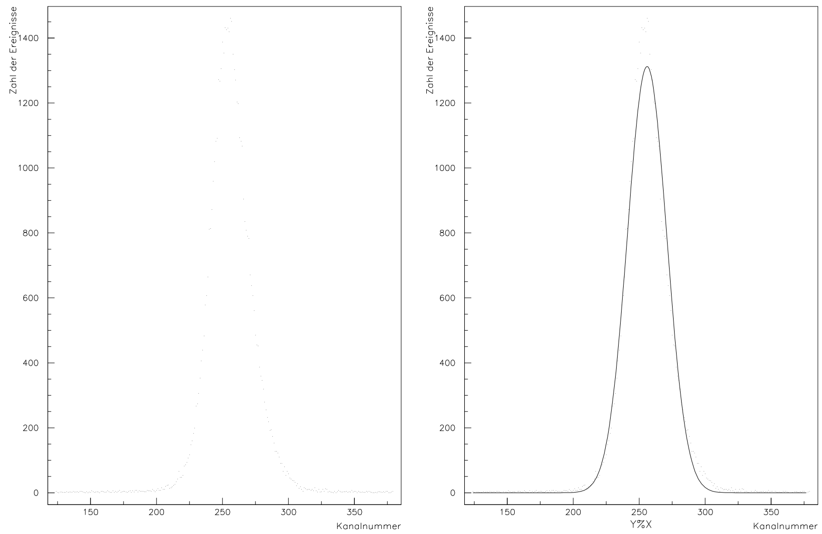

Abbildung 11: Die Promtkurve und der Gauß-Fit an die Kurve

Wir wollen dir Zeitauflösung der Meßapparatur bestimmen. Dazu verwenden wir das Kriterium, daß zwei Peaks gerade dann noch als getrennt wahrgenommen werden, wenn ihre Maxima mehr als ein FWHM (Full Width at Half Maximum) auseinanderliegen.

Der Gauß-Fit an die Promptkurve (siehe Abbildung 11) leifert für die Standardabweichung $\sigma = 14.849 \pm 0.060165$ Skt, und die Beziehung FWHM=$2.35 \cdot \sigma$ liefert für die Zeitauflösung

$$FWHM = 34.895 \pm 0.12033 \text{ Skt.}$$

Diese Größe werden wir in Sekunden umrechnen, sobald wir die Zeiteichung gemacht haben.

4.2.3 Zeiteichung

Um herauszufinden, wieviele Sekunden einem Skalenteil entsprechen, verzögern wir das Stopsignal um 8 ns, 12 ns, 16 ns, 20 ns, 24 ns, 28 ns, 32 ns und nehmen die Promptkurve auf, ohne das Display des MCAs zu löschen. Der Abstand zwischen 2 Peaks entspricht dann 4 ns. In Abbildung 12 auf der nächsten Seite haben wir das Ergebnis unserer Messung wiedergegeben.

Wenn wir nun einen χ^2-Fit machen, erhalten wir für die x-Koordinaten der Gauß-Kurven folgende Werte:

Verzögerung [ns]	8	12	16	20	24	28	32
x-Koordinate [Skt]	128.01	255.42	388.56	517.50	653.16	781.51	916.86
Fehler [Skt]	0.16765	0.16179	0.15937	0.16286	0.15931	0.15686	0.14113

Wir tragen die Verzögerungszeit gegen die Kanalnummern auf und führen eine ungewichtete lineare Regression durch. Unsere Meßmethode liefert uns nur Fehler für die x-Koordinate, die wir in der Regression

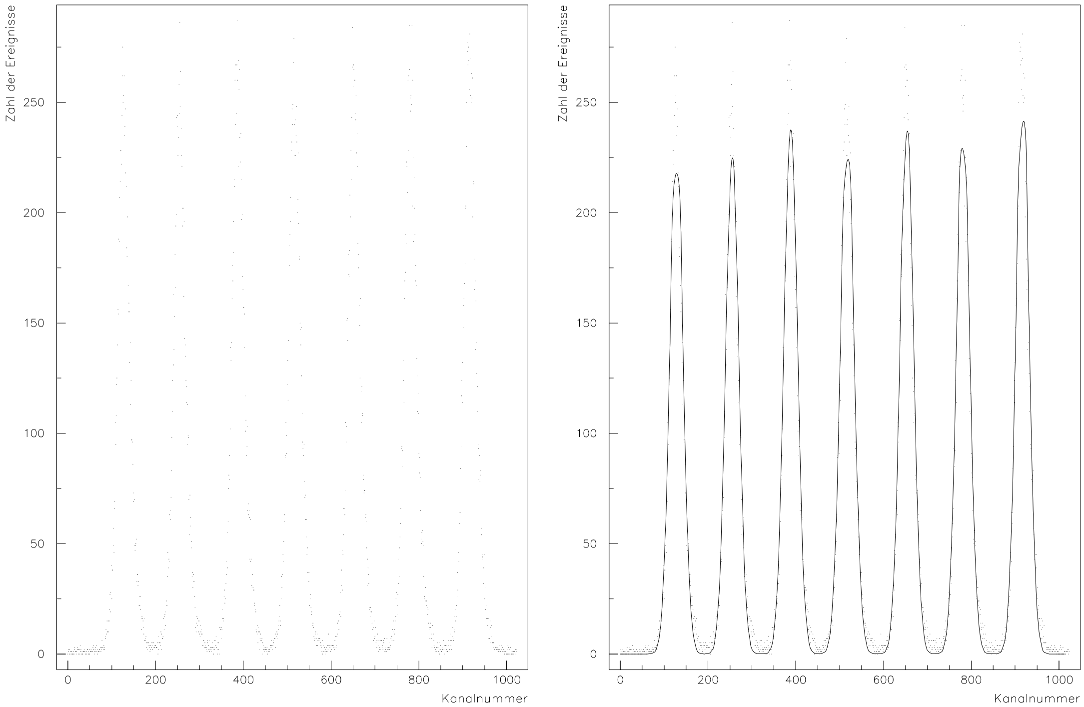

Abbildung 12: Zeiteichung des MCA

nicht berücksichtigen können, es sei denn, wir vertauschen die x- und die y-Achse. Dann ist aber unsere Eichkonstante, die Kanalnummern in Zeit umrechnet, durch den Kehrwert der Steigung gegeben.

Nach einigem Überlegen haben wir uns dafür entschieden, die Fehler bei der Regression nicht zu berücksichtigen. Ein Blick auf die Fehler der x-Koordinate zeigt, daß sie alle ungefähr gleich sind, d.h. ihre Berücksichtigung in der Regression bringt nicht viel, weil alle Meßpunkte gleichgewichtet sind.

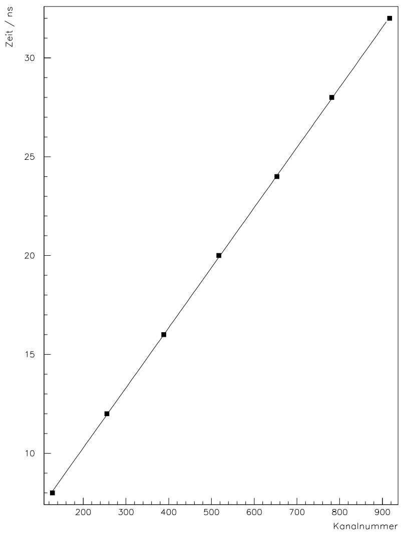

Abbildung 13: Lineare Regression zur Zeiteichung des MCA

Zudem würde das Vertauschen der x- und y-Achse und Berechnung der Eichkonstanten aus dem Kehrwert der Steigung eine zusätzliche Unisicherheit in das Endergebnis einbringen. Das Ergebnis der Regression ist in Abbildung 13 auf der vorherigen Seite wiedergegeben.

Die Regressionsgerade ist gegeben durch

$$y = 0.030389\ \frac{\text{ns}}{\text{Skt}} \cdot x + 4.1920\ \text{ ns}$$

mit einem Fehler von $\Delta m = 0.00022333\ \frac{\text{ns}}{\text{Skt}}$ für die Steigung. Da wir nur Zeitdifferenzen betrachten, ist der y-Achsenabschnitt natürlich unerheblich.

Wir wollen nun die Zeitauflösung unserer Apparatur in Nanosekunden angeben. In Abschnitt 4.2.2 auf Seite 10 hatten wir für die Zeitauflösung

$$\tau = 34.895 \pm 0.12033 \text{ Skt}$$

herausgefunden. In Nanosekunden umgerechnet ergibt

$$\tau = m \cdot x = 34.895 \text{ Skt} \times 0.030389\ \frac{\text{ns}}{\text{Skt}} = 1.06 \text{ ns.}$$

Für den Fehler erhalten wir nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta\tau = \tau\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2} = 0.008604 \text{ ns.}$$

Wir haben also die Zeitauflösung zu

$$\tau = 1.06 \pm 0.008604 \text{ ns}$$

bestimmt.

4.3 Positronenlebensdauer in Indium

In Abbildung 14 haben wir die Verkabelung für die Messung der Lebensdauer wiedergegeben.

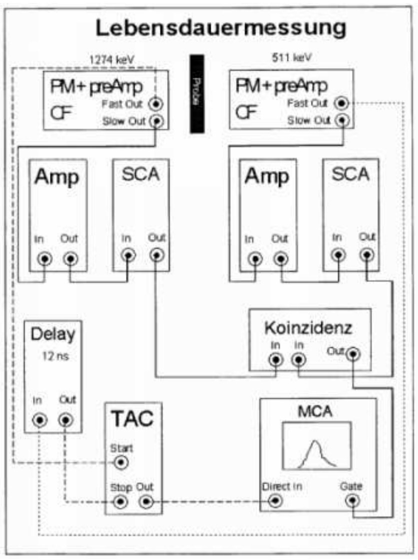

Abbildung 14: Versuchsaufbau zur Lebensdauermessung

Den Startzähler stellen wir auf die 1275-keV-Linie und den Stopzähler auf die 511-keV-Linie ein. Diese Einstellungen sowie die Kontrolle mit dem Oszilloskop erfolgen genau wie in den vorigen Versuchsteilen und werden deshalb hier nicht noch einmal detailiert beschrieben. Zu bemerken ist, daß wir beim Startzähler das Fenster vollständig öffnen und die untere Schwelle gerade oberhalb der 511-keV-Linie wählen, da oberhalb von 511 keV nur noch die 1275-keV-γ's liegen können.

Die Indium-Probe wird mittels eines Lötkolbens in einem Aluminiumblock aufgeheizt. Wir haben beginnend bei hohen Temperaturen den Bereich 137.5 °C bis 40 °C durchgemessen. Die Meßzeit betrug jeweils 20 Minuten. Die Bestimmung der Lebensdauer wollen wir an Hand der Messung bei 137 °C beschreiben.

In Abbildung 15 ist die Lebensdauerkurve und ihre logarithmische Darstellung wiedergegeben. Da wir wissen, daß die Kurve exponentiell abfällt ($\sim \exp(-t/\tau)$), fitten wir in der logarithmischen Darstellung eine Gerade. Der Absolutbetrag der Steigung dieser Geraden entspricht dann der inversen Lebensdauer.

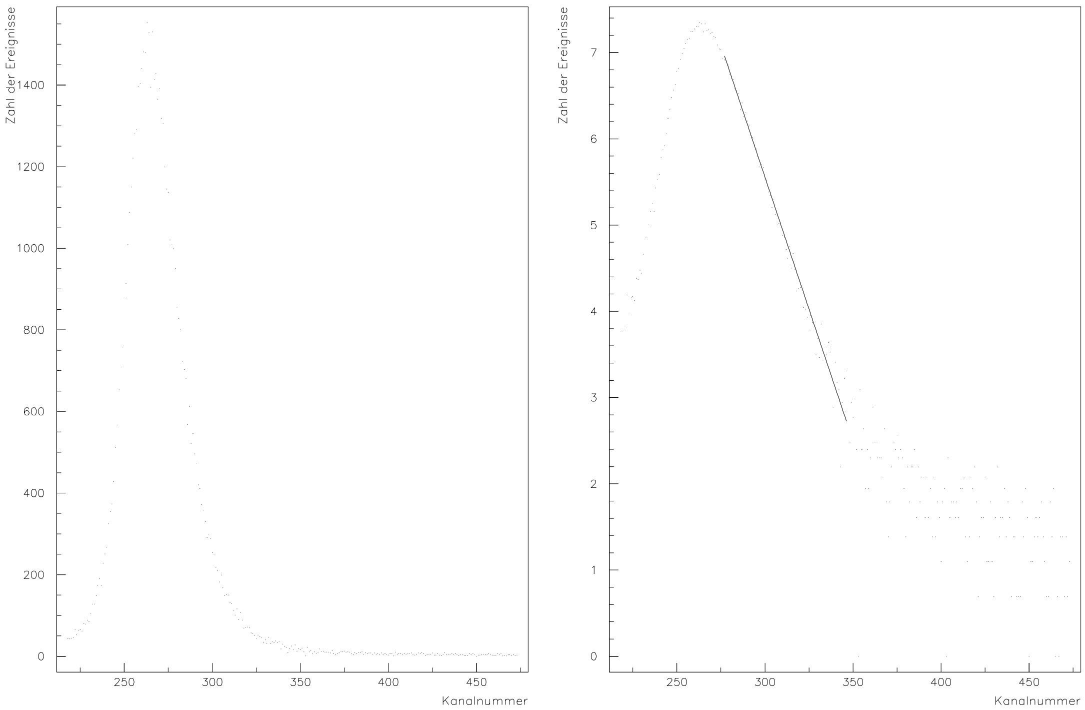

Abbildung 15: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 137\ \ ^{\circ}C$

Die lineare Regression liefert für die Steigung der Geraden

$$m = -0.062648 \pm 0.00066019 \text{ 1/Skt},$$

und hieraus folg für die Lebensdauer

$$\tau = 15.9622 \pm 0.1682 \text{ Skt},$$

und schließlich umgerechnet in Sekunden

$$\tau = 0.478 \pm 0.0054 \text{ ns}.$$

Wenn wir diese Schritte für jede Temperaturwert wiederholen, erhalten wir die in Tabelle 1 auf der nächsten Seite wiedergegebenen Werte. Die Graphen für die übrigen Temperaturwerte befinden sich in Anhang A auf Seite 21.

θ [$°C$]	m [1/Skt]	Δm [1/Skt]	τ [Skt]	$\Delta\tau$ [Skt]	τ [ps]	$\Delta\tau$ [ps]
24.0 ± 2	-0.063502	0.00050824	15.7475355	0.12603583	478.551857	5.41658349
40.0 ± 1.5	-0.064032	0.00053310	15.6171914	0.13002131	474.590830	5.58786565
60.0 ± 0.5	-0.063690	0.00053312	15.7010520	0.13142636	477.139268	5.64824966
80.0 ± 0.5	-0.062754	0.00053110	15.9352392	0.13486320	484.255984	5.79595335
100.6 ± 0.5	-0.061386	0.00051124	16.2903594	0.13567073	495.047731	5.83065793
110.0 ± 0.5	-0.061458	0.00059100	16.2712747	0.15646984	494.467767	6.72453164
120.5 ± 0.5	-0.061765	0.00055412	16.1903991	0.14525093	492.010038	6.24238199
129.5 ± 0.5	-0.061843	0.00055349	16.1699788	0.14472004	491.389486	6.21956610
137.5 ± 0.5	-0.061159	0.00053082	16.3508233	0.14191442	496.885168	6.09899017

Tabelle 1: Positronenlebensdauer in Indium bei verschiedenen Temperaturen

Tragen wir die Werte in Tabelle 1 graphisch auf, erhalten wir die in Abbildung 16 dargestellte Kurve.

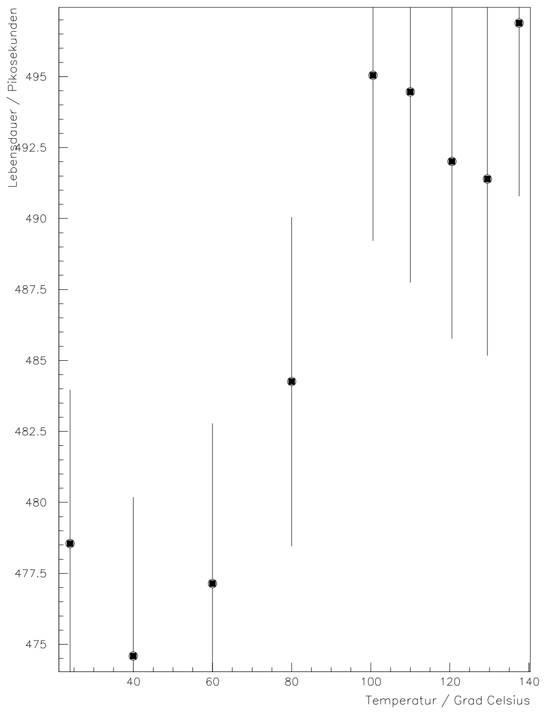

Abbildung 16: Mittlere Lebensdauer $\bar{\tau}$ in Indium

Wie wir in Abschnitt 2.4 auf Seite 4 gesehen haben, ist die mittlere Lebensdauer gegeben durch

$$\bar{\tau} = \frac{\lambda_v + \mu_v c_0 \exp(-E_v^F/kT)}{\lambda_v \lambda_f + \mu_v \lambda_v c_0 \exp(-E_v^F/kT)}.$$

Um die Bildungsenthalpie der Einzelleerstelle in Indium zu bestimmen, fitten wir an diese Daten eine Kurve der Gestalt

$$y = \frac{A + B\exp(-C/T)}{A(D + B\exp(-C/T))}.$$

Dieser Fit ist allerdings vollkommen fehlgeschlagen. Das Ergebnis ist in Abbildung 17 auf der nächsten Seite gegeben. Wie man sieht, ist die erwartete S-Form der Kurve nicht vorhanden, wir können die

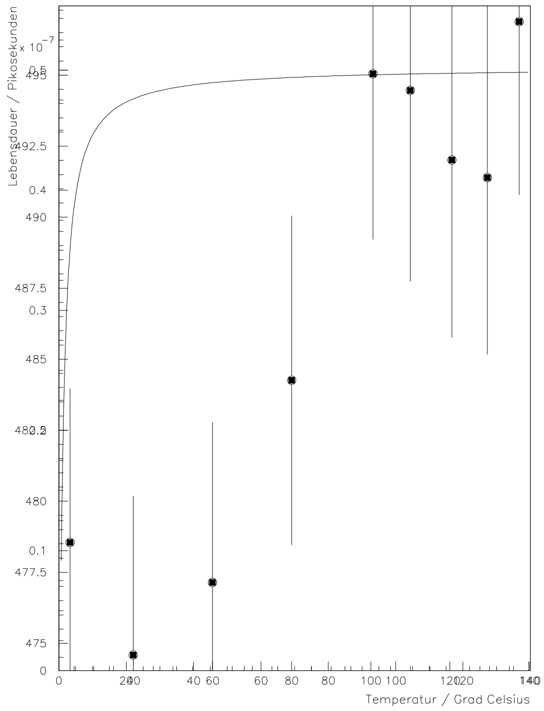

Abbildung 17: Fehlgeschlagener Fit an die Positronenlebensdauerkurve von Indium

Parameter nicht ablesen. Der Fit wurde mit dem Programm Root[1] durchgeführt, das Macro ist der Vollständigkeit halber in Anhang B auf Seite 26 gegeben.

Wir schlagen also einen anderen Weg ein. Wenn wir in der Gleichung

$$\bar{\tau} = \frac{\lambda_v + \mu_v c_v(T)}{\lambda_v \lambda_f + \mu_v \lambda_v c_v(T)}$$

nach $\mu_v c_v(T)$ auflösen, erhalten wir

$$\mu_v c_v(T) = \frac{\frac{\bar{\tau}}{\tau_f} - 1}{\tau_g - \bar{\tau}},$$

und wenn wir diese Gleichung logarithmieren, erhalten wir

$$\log \mu_v + \log c_v(T) = \text{const} - \frac{E_v^F}{kT} = \log \left(\frac{\frac{\bar{\tau}}{\tau_f} - 1}{\tau_g - \bar{\tau}} \right).$$

Wenn wir also log(...) gegen 1/T auftragen, können wir E_v^F aus der Steigung bestimmen. Zunächst lesen wir τ_f und τ_g graphisch ab und erhalten die beiden Werte

$$\tau_f = 477 \pm 2 \text{ ps und } \tau_g = 495 \pm 2 \text{ ps}.$$

Die Werte für 1/T und log(...) sind in Tabelle 2 auf der nächsten Seite aufgetragen. Der Fehler von log(...) wurde mit Hilfe der Fehlerfortpflanzungsformel in einem Computeralgebraprogramm (Maple V) berechnet.

Einige Werte in der Tabelle sind imaginär. Der Grund dafür ist, daß theoretisch gesehen τ_f der kleinste Wert für τ ist (entsprechend τ_g der größte), wir aber im Graphen innerhalb der Fehlergrenzen den wahrscheinlichen Wert abgelesen haben. Bei denjenigen Temperaturen, wo $\tau < \tau_f$ ist, wird der Logarithmus

[1] Ein Programm zur Datenvisualisierung, entwickelt am CERN, Nachfolger von PAW

θ [$°C$]	T [K]	1/T [1/K]	τ [ps]	$\Delta\tau$ [ps]	log(...)	Δ log(...)
24.0	297.0	0.003367	478.55	5.41	-8.51	4.03
40.0	313.0	0.003194	474.59	5.58	-8.30+i 3.14	2.08
60.0	333.0	0.003003	477.13	5.64	-10.99	43.32
80.0	353.0	0.002832	484.25	5.79	-6.56	1.37
100.6	373.0	0.002676	495.04	5.83	-0.27+i 3.14	128.83
110.0	383.0	0.002610	494.46	6.72	-2.67	13.55
120.5	393.0	0.002541	492.01	6.24	-4.55	2.59
129.5	402.5	0.002484	491.38	6.21	-4.78	2.22
137.5	410.5	0.002436	496.88	6.09	-3.81+i 3.14	3.11

Tabelle 2: Lineare Regression zur Bestimmung der Bildungsenthalpie der Einzelleerstelle in Indium

imaginär. Diese Werte haben wir dann von der Regression ausgeschlossen.

Abbildung 18 zeigt das Ergebnis der linearen Regression. Die Gerade ist gegeben durch

$$y = 4872.4 \text{ K} \cdot x + 7.4062,$$

wobei der Fehler der Steigung mit $\Delta m = 4562.5$ K in der Größenordnung der Steigung selbst liegt.

Die Bildungsenthalpie erhalten wir, wenn wir die Steigung mit der Boltzmann-Konstanten multiplizieren:

$$E_v^F = k \cdot 4872.4 \text{ K} = 6.7271 \cdot 10^{-20} \text{ J}, \qquad \Delta E_v^F = 6.2993 \cdot 10^{-20} \text{ J},$$

oder ausgedrückt in eV

$$E_v^F = 0.4199 \pm 0.3932 \text{ eV}.$$

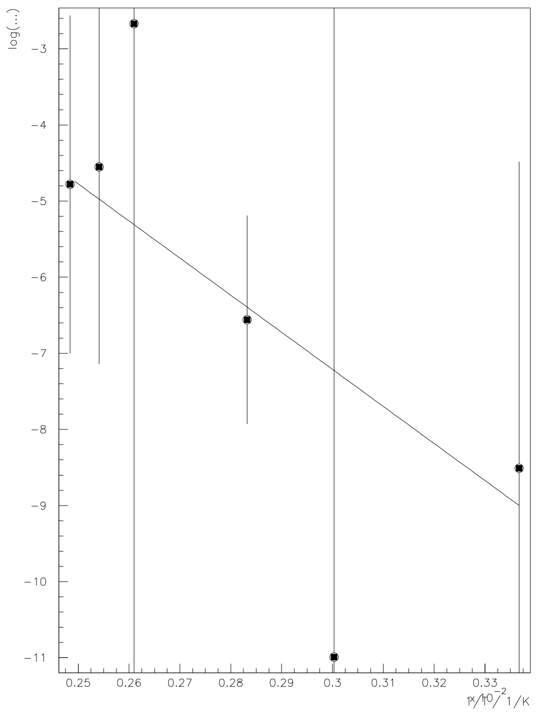

Abbildung 18: Lineare Regression zur Bestimmung der Bildungsenthalpie der Einzelleerstelle in Indium

4.4 Positronenlebensdauer in Plexiglas

Die Messung der Positronenlebensdauer in Plexiglas erfolgte über Nacht. Die Messung und Auswertung der Ergbenisse erfolgt wie bei der Messung mit Indium, hier wollen wir nur auf die Unterschiede eingehen.

Die Lebensdauerkurve und ihre logarithmische Darstellung ist in Abbildung 19 gegeben.

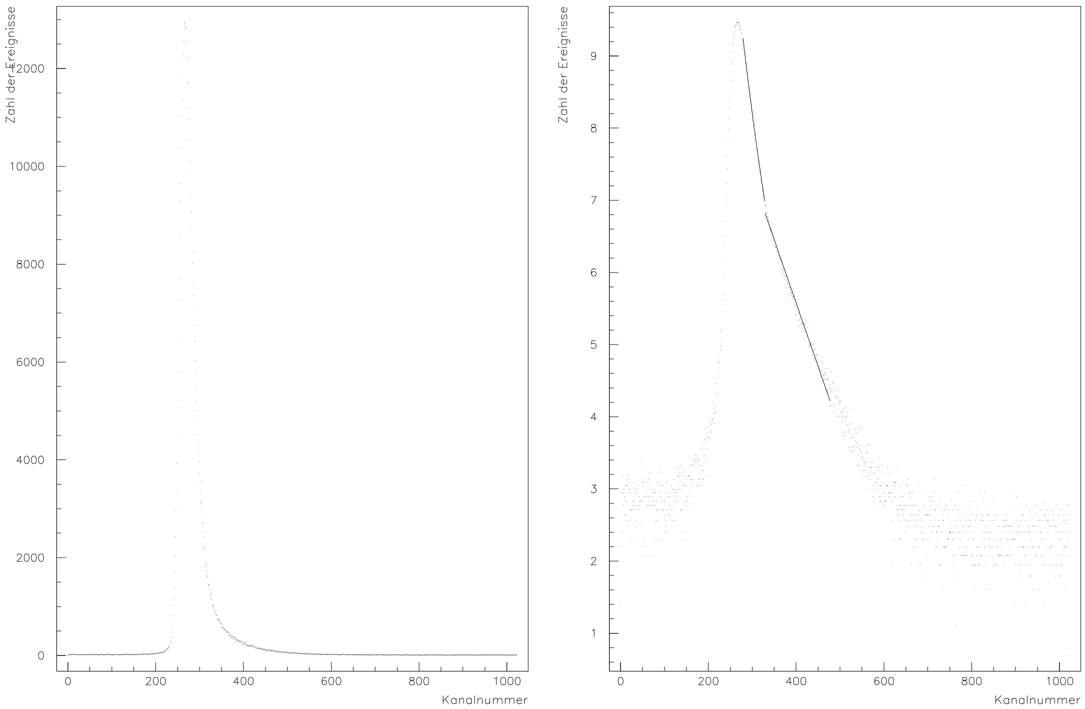

Abbildung 19: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Plexiglas

Wie man in der logarithmischen Darstellung deutlich sieht, hat die Lebensdauerkurve 2 Komponenten. Die erste Komponente ist der Zerfall von Parapositronium, und die zweite Komponente ist die Annihilation eines Elektrons mit einem Positron, das im Material umherdiffundiert. Die von uns gemessene Kurve ist also eine Überlagerung von 2 Exponentialkurven.

Da der Logarithmus der Summe nicht die Summe der Logarithmen ist, muß man den Fit als Summe zweier Exponentialfunktionen ansetzen. Das Erbebnis unseres Fits ist in Abbildung 20 auf der nächsten Seite wiedergegeben.

Das Programm PAW[2] liefert uns für die Parameter der Exponentialfunktionen

$$\frac{1}{\tau_1} = -0.013763 \pm 0.00019684 \text{ 1/Skt} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\tau_2} = -0.057412 \pm 0.00040313 \text{ 1/Skt},$$

und damit ergibt sich

$$\tau_1 = 72.6586 \pm 1.0392 \text{ Skt} \quad \text{und} \quad \tau_2 = 17.4179 \pm 0.1223 \text{ Skt},$$

oder umgerechnet in Sekunden

$$\tau_1 = 2208 \pm 36 \text{ ps} \quad \text{und} \quad \tau_2 = 529.3 \pm 5.4 \text{ ps}.$$

[2]Physical Analysis Workstation, entwickelt am CERN

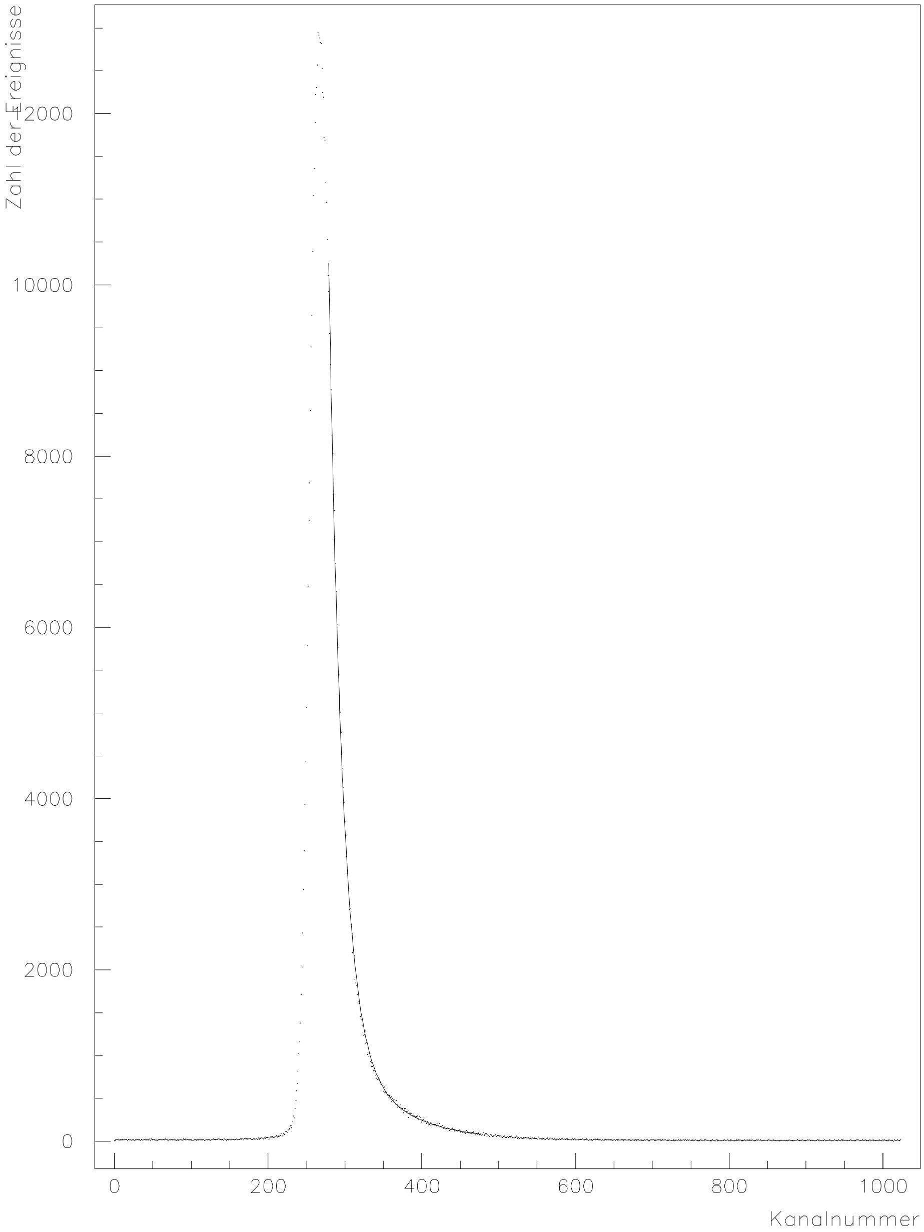

Abbildung 20: Fit einer Summe zweier Exponentialkurven an die Lebensdauerkurve

Literatur

[Ba] R. J. Barlow *Statistics: A Guide to the Use if Statistical Methods in the Physical Sciences* Wiley, 1989

[Leo] W. R. Leo *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* Springer, 1994

[Schm] H. U. Schmidt *Meßelektronik in der Kernphysik* Teubner, 1986

[Ab] K. Abend, E. Vogelgesang *Nukleare Elektronik* Verlag Karl Thiemig, München, 1973

[Rie] Riezler, Kopitzki *Kernphysikalisches Praktikum* Teubner, 1963

[Scha] G. Schatz, A. Weidinger *Nukleare Festkörperphysik* Teubner, 1985

[Sie] K. Siegbahn *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy, Volume I* North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965

A GRAPHEN

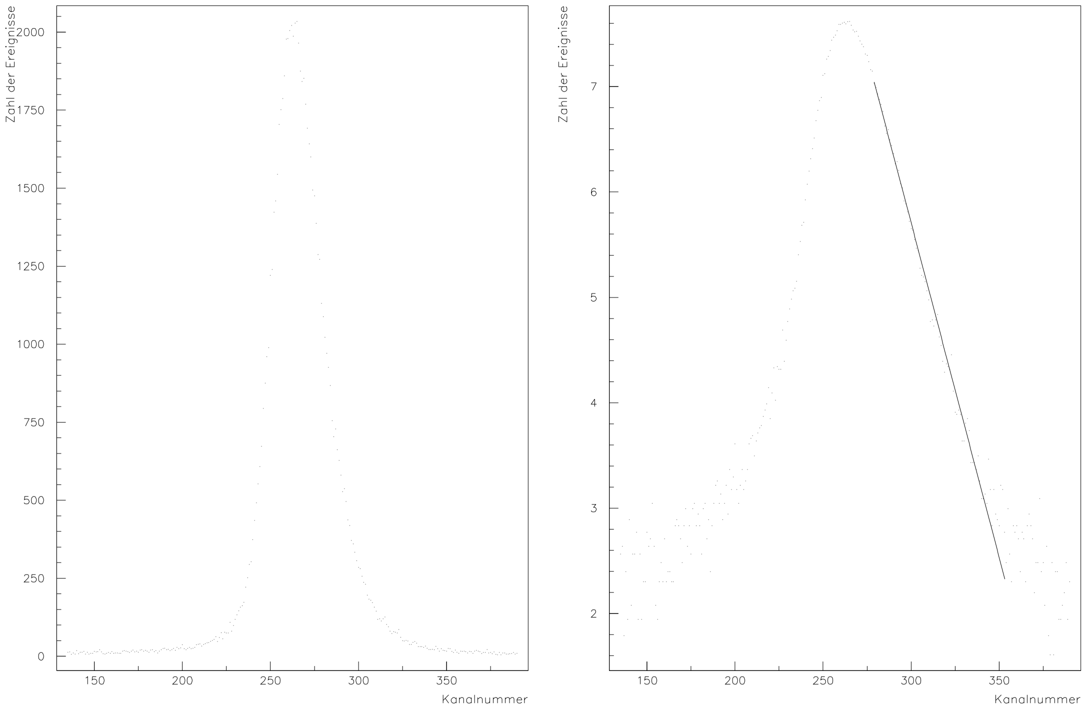

Abbildung 21: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 24.0\ ^{\circ}C$

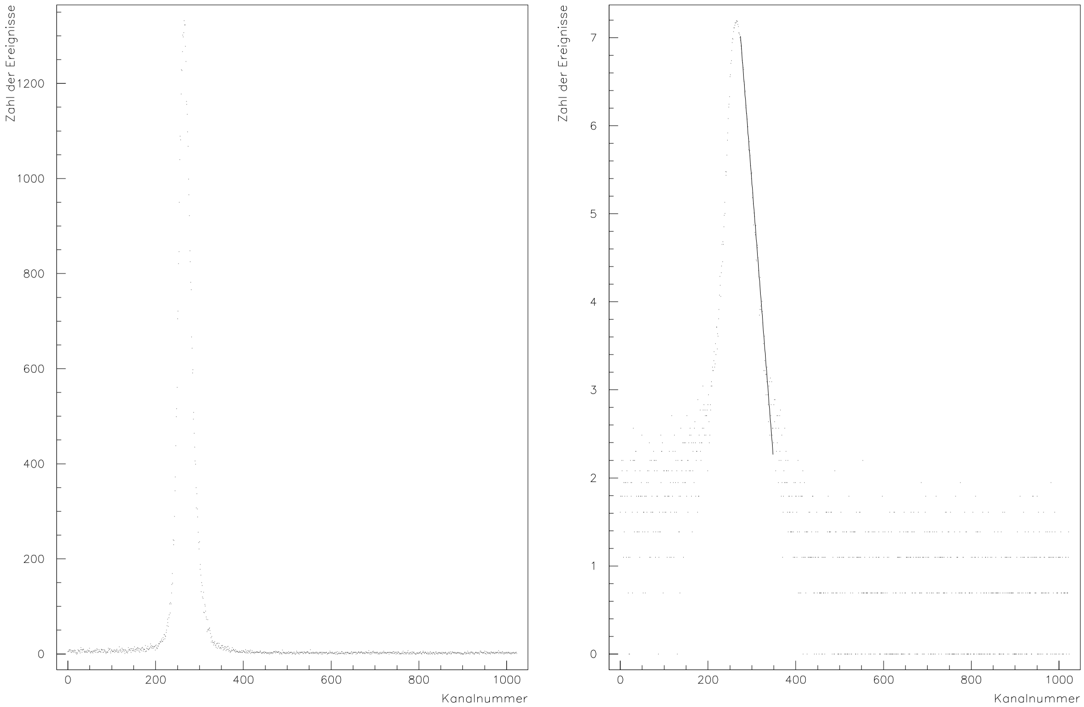

Abbildung 22: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 40.0\ \ ^{\circ}C$

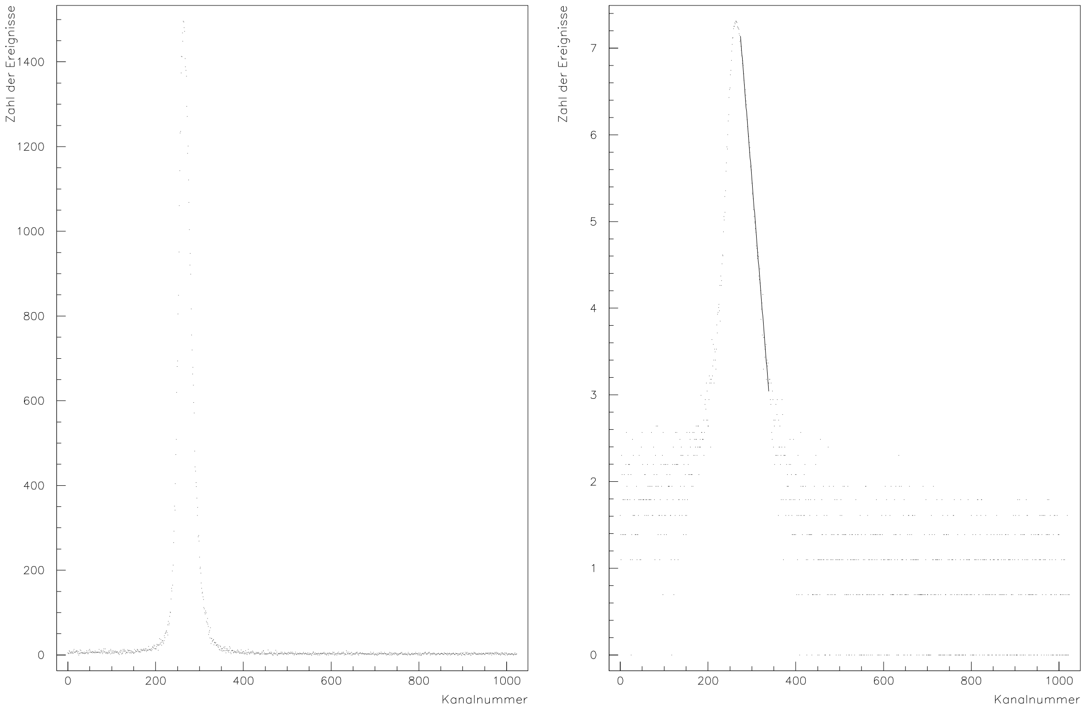

Abbildung 23: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 60.0\ \ ^{\circ}C$

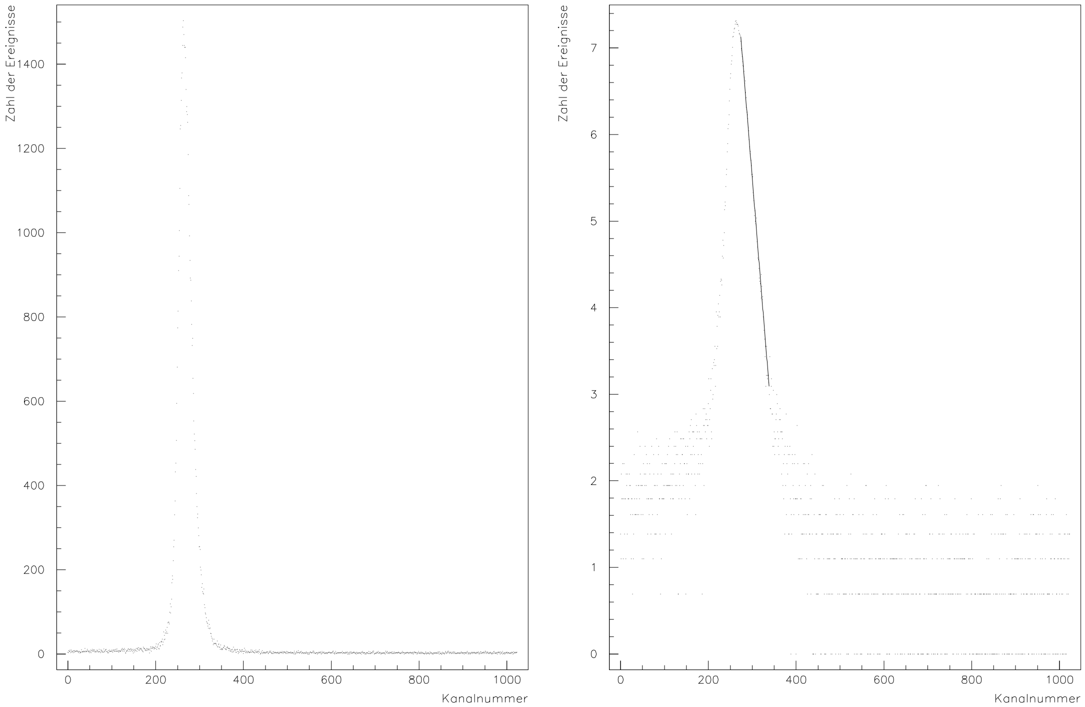

Abbildung 24: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 80.0\ \ ^{\circ}C$

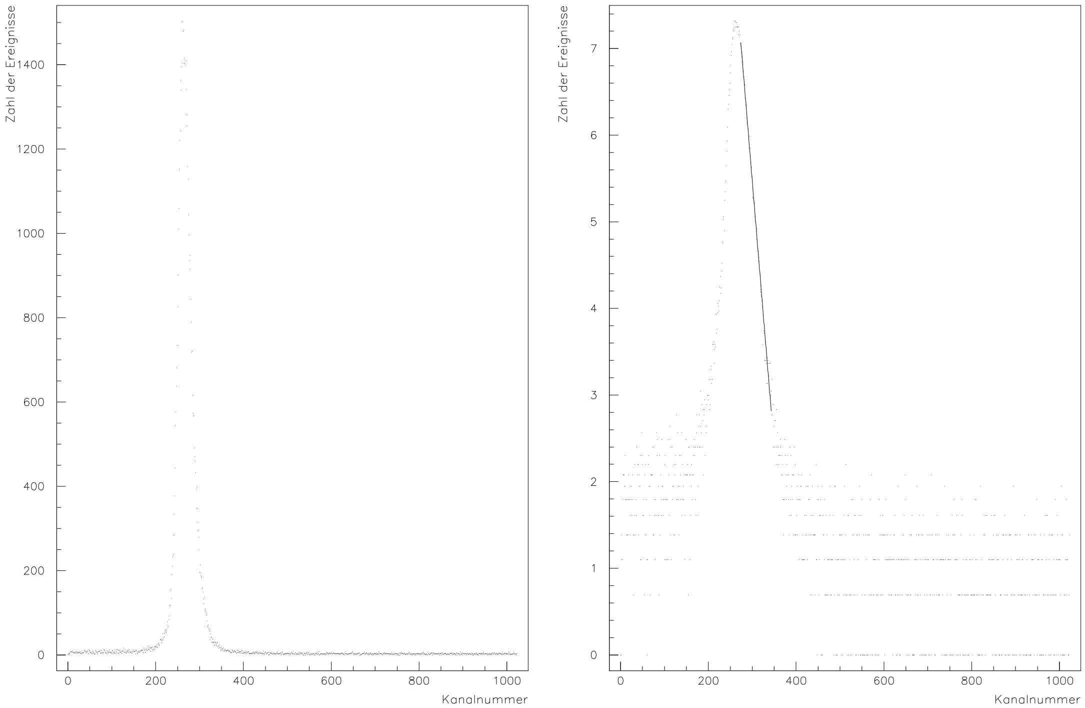

Abbildung 25: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 100.6\ \ ^{\circ}C$

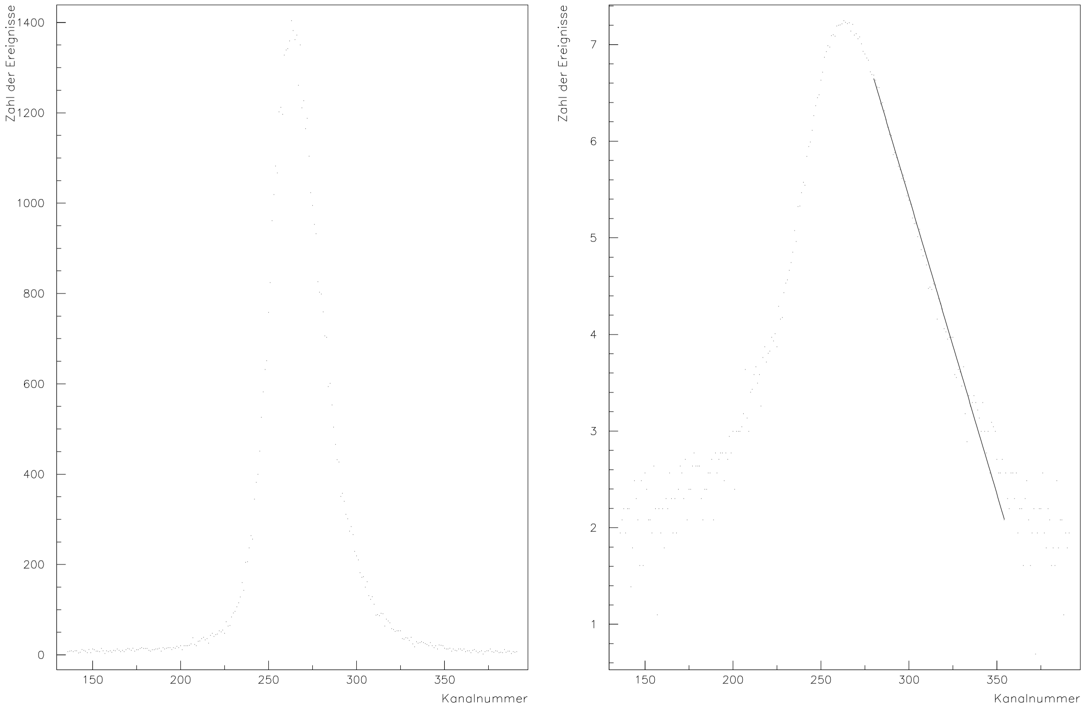

Abbildung 26: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 110.0\ \ {}^\circ C$

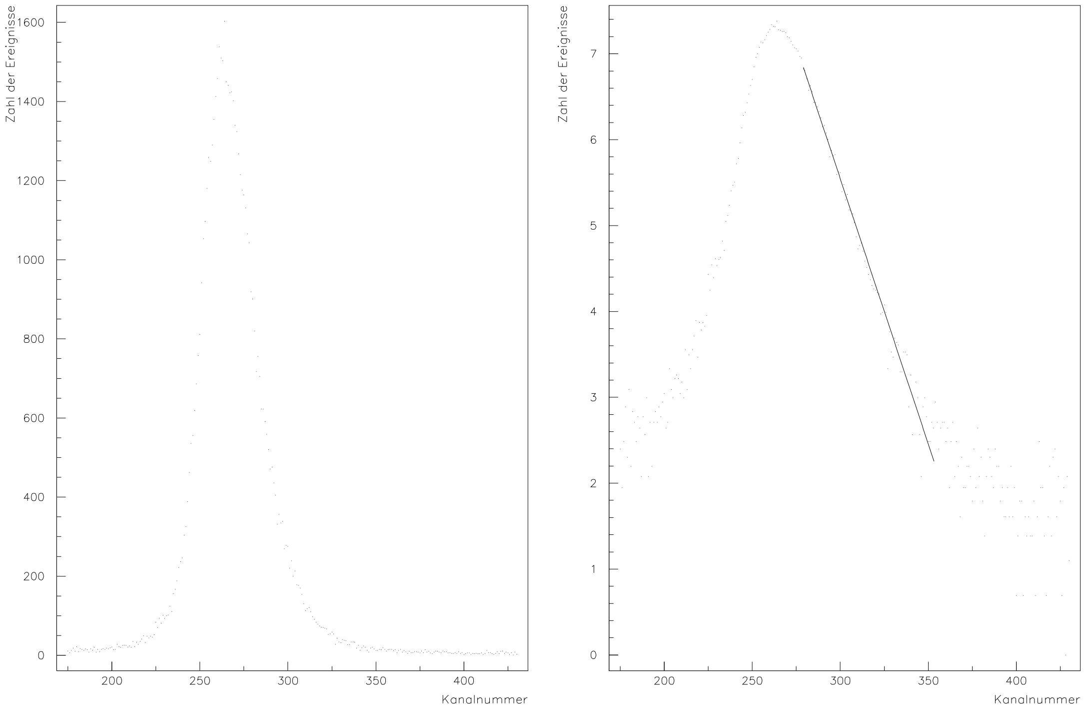

Abbildung 27: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 120.5\ \ {}^\circ C$

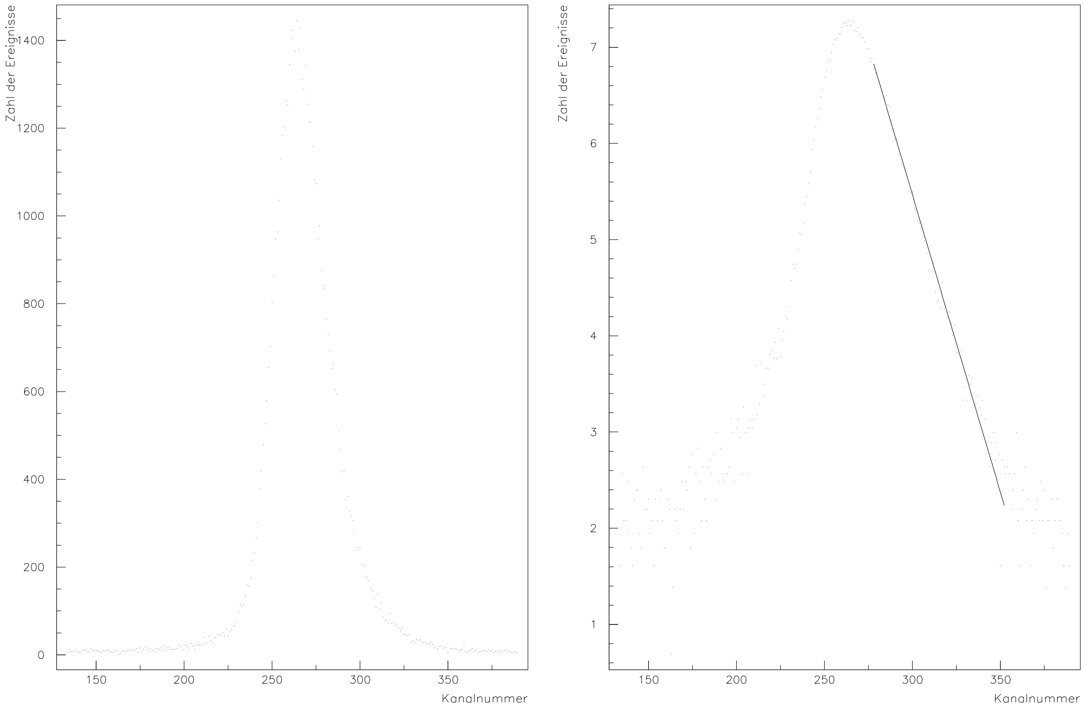

Abbildung 28: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 129.5\ \ ^{\circ}C$

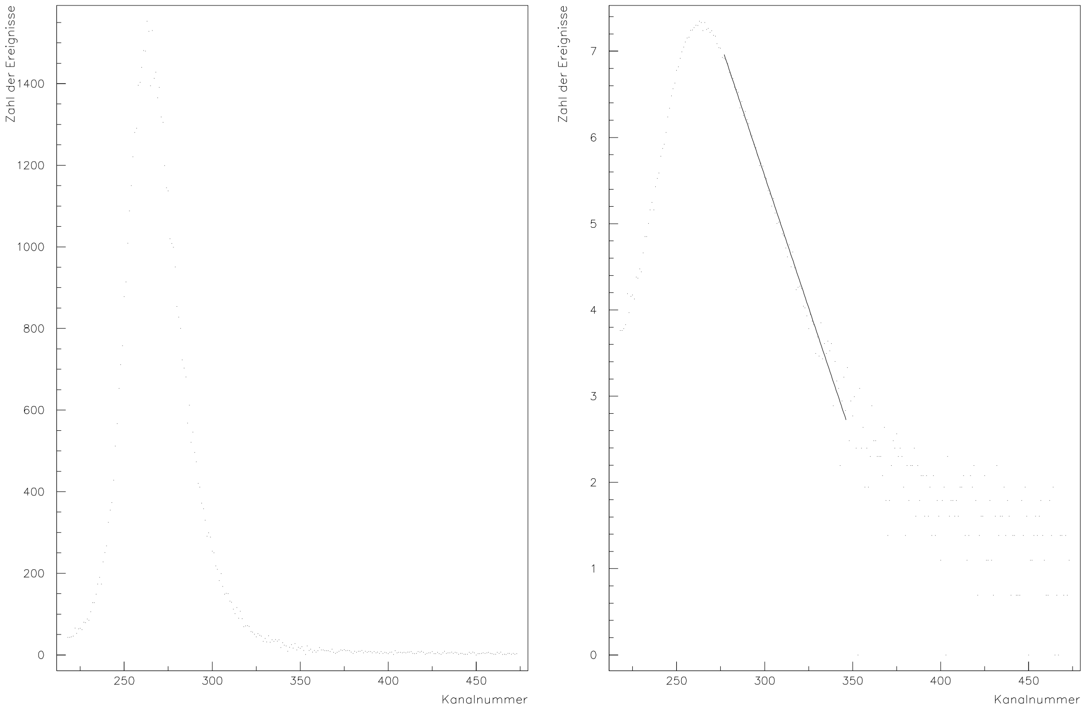

Abbildung 29: Lebensdauerkurve für Positronenvernichtung in Indium, $\theta = 137\ \ ^{\circ}C$

B ROOT MACRO

```
//
//   Example of a program to fit non-equidistant data points
//   =======================================================
//
//   The fitting function fcn is a simple chisquare function
//   The data consists of 5 data points (arrays x,y,z) + the errors in errorsz
//   More details on the various functions or parameters for these functions
//   can be obtained in an interactive ROOT session with:
//    Root > TMinuit *minuit = new TMinuit(10);
//    Root > minuit->mnhelp("*",0)  to see the list of possible keywords
//    Root > minuit->mnhelp("SET",0) explains most parameters
//

Float_t z[9],x[9],errorz[9];

//______________________________________________________________________________
void fcn(Int_t &npar, Double_t *gin, Double_t &f, Double_t *par, Int_t iflag)
{
   const Int_t nbins = 9;
   Int_t i;

//calculate chisquare
   Double_t chisq = 0;
   Double_t delta;
   for (i=0;i<nbins; i++) {
     delta  = (z[i]-func(x[i],par))/errorz[i];
     chisq += delta*delta;
   }
   f = chisq;
}

//______________________________________________________________________________
Double_t func(float x, Double_t *par)
{
 Double_t value=(par[0]+par[1]*TMath::Exp(-par[2]/x))/(par[0]*(par[3]+par[1]*TMath::Exp(-par[2]/x)));
 return value;
}

//______________________________________________________________________________
void Ifit()
{
// The z values
z[0]=478.55;
z[1]=474.59;
z[2]=477.14;
z[3]=484.26;
z[4]=495.05;
z[5]=494.47;
z[6]=492.01;
z[7]=491.39;
z[8]=496.89;
// The errors on z values
        Float_t error = 6.0;
errorz[0]=error;
errorz[1]=error;
errorz[2]=error;
errorz[3]=error;
errorz[4]=error;
errorz[5]=error;
errorz[6]=error;
errorz[7]=error;
errorz[8]=error;
// the x values
x[0]=24.0;
x[1]=40.0;
x[2]=60.0;
x[3]=80.0;
x[4]=100.6;
x[5]=110.0;
x[6]=120.5;
x[7]=129.5;
x[8]=137.5;

   TMinuit *gMinuit = new TMinuit(5);  //initialize TMinuit with a maximum of 5 params
   gMinuit->SetFCN(fcn);

   Double_t arglist[10];
   Int_t ierflg = 0;

   arglist[0] = 1;
   gMinuit->mnexcm("SET ERR", arglist ,1,ierflg);

// Set starting values and step sizes for parameters
   static Double_t vstart[4] = {1, 1 , 1 , 1};
   static Double_t step[4] = {0.1 , 0.1 , 0.01 , 0.001};
   gMinuit->mnparm(0, "a1", vstart[0], step[0], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(1, "a2", vstart[1], step[1], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(2, "a3", vstart[2], step[2], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(3, "a4", vstart[3], step[3], 0,0,ierflg);

// Now ready for minimization step
   arglist[0] = 500;
   arglist[1] = 1.;
   gMinuit->mnexcm("MIGRAD", arglist ,2,ierflg);

// Print results
   Double_t amin,edm,errdef;
   Int_t nvpar,nparx,icstat;
   gMinuit->mnstat(amin,edm,errdef,nvpar,nparx,icstat);
   gMinuit->mnprin(3,amin);

}
```

C PAW MACROS

```
MACRO ALL

exec NAL
exec NAR

RETURN



MACRO ALLDEF

Size 18 24
Next
Set * ; Option *
opt zfl1
Size 18 24
Histogram/Delete * ; Vector/Delete *
Title_global ' '
Title_global ' ' U
Option NBOX
Option NGRI
Set HWID 1
Set FWID 1
Set BWID 1
Set PWID 1
Set LWID 1
Set CSIZ 0.25
Set VSIZ 0.25
Set TSIZ 0.32
Set XMGL 1.2
Set XMGR 1.2
Set YMGU 0.5
Set YMGL 1.5
Set GSIZ 0.1
Set YHTI 0.7
Set KSIZ 0.15
Set MTYP 1
Zone 1 1
range
points
Next
RETURN



MACRO NAL

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect nal
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 nal.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO NAR

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect nar
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 nar.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO PROMPT

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect prompt
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 prompt.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO PROMPT_GAUSS

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect prompt
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
sigma ey=sqrt(y)
set mtyp 1
for/file 99 prompt_gauss.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
```

```
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO zeiteichung

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 zeiteichung.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO zeiteichung_gauss

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 zeiteichung_gauss.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/cre parameters(21) R 227.52 127.98 14.965 224.95 255.42 14.785 237.75 388.55 15.106 231.25 517.49 15.492 238.58 653.15 15.102 236.98 781.49 14.961 249.41 916.82 14.829
ve/fit x y ey g+g+g+g+g+g+g chopt='S' par=parameters
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO gauss_1

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,75:180) x
ve/copy vect(2,75:180) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_1.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO gauss_2

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,200:325) x
ve/copy vect(2,200:325) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_2.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO gauss_3

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,325:450) x
ve/copy vect(2,325:450) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_3.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO gauss_4

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,450:600) x
ve/copy vect(2,450:600) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
```

```
set mtyp 1
for/file 99 gauss_4.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO gauss_5

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,600:725) x
ve/copy vect(2,600:725) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_5.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO gauss_6

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,725:850) x
ve/copy vect(2,725:850) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_6.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO gauss_7

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect zeiteichung
ve/copy vect(1,850:1000) x
ve/copy vect(2,850:1000) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 gauss_7.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey g chopt='S'
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO ZEITEICHUNG_REG

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,7) r 8 128.01 0.16765 12 255.42 0.16179 16 388.56 0.15937 20 517.50 0.16286 24 653.16 0.15931 28 781.51 0.15686 32 916.86 0.14113
ve/copy vect(2,1:7) x
ve/copy vect(1,1:7) y
ve/copy vect(3,1:7) ey
opt utit
set mtype 21
for/file 99 zeiteichung_reg.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zeit / ns'
close 99
set mtyp 1
RETURN



MACRO ind_40

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_40
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_40.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_40_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_40
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y1
```

```
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_40_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(275:350) y(275:350) ey(275:350) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO ind_60

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_60
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_60.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_60_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_60
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_60_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(275:340) y(275:340) ey(275:340) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO ind_80

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_80
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_80.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_80_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_80
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_80_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(275:340) y(275:340) ey(275:340) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO ind_100

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_100
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_100.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_100_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect ind_100
ve/copy vect(1,1:1024) x
```

```
ve/copy vect(2,1:1024) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_100_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(275:345) y(275:345) ey(275:345) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_110

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_110
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_110.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_110_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_110
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_110_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(145:220) y(145:220) ey(145:220) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_120

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_120
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_120.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_120_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_120
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_120_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(105:180) y(105:180) ey(105:180) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_130

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_130
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_130.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_130_log
```

```
exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_130
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_130_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(145:220) y(145:220) ey(145:220) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO ind_137

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_137
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_137.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_137_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_137
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_137_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(60:130) y(60:130) ey(60:130) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN




MACRO ind_24

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_24
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_24.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO ind_24_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,256)
ve/re vect ind_24
ve/copy vect(1,1:256) x
ve/copy vect(2,1:256) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 ind_24_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(145:220) y(145:220) ey(145:220) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN


MACRO lebensdauer_indium

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,9)
ve/re vect lebensdauer_indium.txt
ve/copy vect(1,1:9) x
ve/cre ex(9) R 0 0 0 0 0 0 0 0 0
ve/copy vect(2,1:9) y
ve/copy vect(3,1:9) ey
opt utit
set mtyp 21
for/file 99 lebensdauer_indium_fit_falsch.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 9
```

```
fun/plot (2.60083e-05+2.55398e-02*exp(-1.19409e+00/x))/(2.60083e-05*(1.95639e+10+2.55398e-02*exp(-1.19409e+00/x))) 0 140
set CLIP 0 ; ATITLE 'Temperatur / Grad Celsius' 'Lebensdauer / Pikosekunden'
close 99
RETURN



MACRO ENTHALPIE_REG

exec ALLDEF
ve/cre vect(3,6) r 0.003367 -8.51 4.03 0.003003 -10.99 43.32 0.002832 -6.56 1.37 0.002610 -2.67 13.55 0.002541 -4.55 2.59 0.002484 -4.78 2.22
ve/copy vect(1,1:6) x
ve/copy vect(2,1:6) y
ve/copy vect(3,1:6) ey
ve/cre ex(6) R 0 0 0 0 0 0
opt utit
set mtype 21
for/file 99 enthalpie_reg.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x y ey p1 S
GRAPHICS/HPLOT/ERRORS x y ex ey 6
Set CLIP 0 ; ATITLE '1/T / 1/K' 'log(...)'
close 99
set mtyp 1
RETURN



MACRO plexi

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect plexi
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 plexi.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO plexi_log

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect plexi
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y1
sigma y=log(y1)
sigma ey=1/sqrt(y1)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 plexi_log.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/fit x(280:330) y(280:330) ey(280:330) p1 S
ve/fit x(330:480) y(330:480) ey(330:480) p1 S
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN



MACRO plexi_exp

exec ALLDEF
ve/cre vect(2,1024)
ve/re vect plexi
ve/copy vect(1,1:1024) x
ve/copy vect(2,1:1024) y
sigma ey=sqrt(y)
opt utit
set mtyp 1
for/file 99 plexi_exp.eps
metafile 99 -113
ve/plo y%x
ve/cre par(4) r 0.0 -0.03 0.0 -0.03
ve/fit x(280:480) y(280:480) ey(280:480) e+e S 4 par
Set CLIP 0 ; ATITLE 'Kanalnummer' 'Zahl der Ereignisse'
close 99
RETURN
```