Theoretische Physik IV (Statistische Physik)

Vorlesung: Prof. Dr. Albrecht Klemm
Übungsleitung: M. Sc. Fabian Fischbach
http://www.th.physik.uni-bonn.de/people/fischbach/ws1920/tp4/index.php

–Hausaufgaben–

Abgabe der Hausaufgaben: Mo.-Mi. 16.-18.12.2019 (in den Übungen)
Besprechung der Hausaufgaben: Mo.-Mi. 06.-08.01.2020 (in den Übungen)

H.10.1 Der Brayton-Joule-Zyklus (5 Punkte)

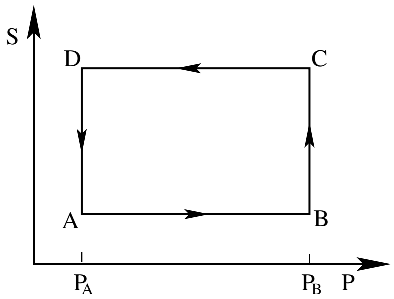

Abbildung 1: Brayton-Joule-Zyklus im S-P-Diagramm

Der Brayton-Joule-Zyklus ist in Abbildung 1 dargestellt. Die einzelnen Schritte lauten:

- adiabatische Kompression,
- isobare Erhitzung,
- adiabatische Expansion und
- isobare Abkühlung.

a) Wie unterscheidet sich dieser Prozess vom Carnot-Prozess?

(*1 Punkt*)

b) Berechnen Sie für jeden Schritt des Prozesses mit einem idealen Gas als Arbeitssubstanz die Arbeit und den Wärmetransfer.
Hinweis: Drücken Sie δQ durch die geeignete spezifische Wärmekapazität aus.

(*2 Punkte*)

c) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad des Brayton-Joule-Prozesses gegeben ist durch

$$\eta_{\mathrm{BJ}} = 1 - \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1-\frac{1}{\kappa}} , \tag{1}$$

wobei P_A der niedrigste und P_B der höchste Druck im Prozess ist, siehe hierzu auch Abbildung 1.

(*2 Punkte*)

H.10.2 Phasengleichgewicht (5 Punkte)

Wir betrachten den thermodynamischen Gleichgewichtszustand einer Substanz, die sowohl in einer flüssigen als auch einer (idealen) gasförmigen Phase (jeweils homogen) vorliegt. Es soll im Folgenden die Phasengrenzkurve in der Form $P = P_0(T)$ (die sog. Dampfdruckkurve) berechnet werden.

a) Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen des Systems? Wie definieren diese eine implizite Funktion $P_0(T)$? (*1 Punkt*)

b) Leiten Sie eine Differentialgleichung für $P_0(T)$ her und integrieren Sie sie unter folgenden, vereinfachenden Annahmen:

- Das Volumen pro Teilchen $v_1 = V_1/N_1$ der flüssigen Phase sei gegenüber jener der Gasphase (v_2) vernachlässigbar.
- Die Verdampfungswärme pro Teilchen, d. h. $q_L := T(s_2 - s_1)$ mit $s_i = S_i/N_i$, sei konstant. (*3 Punkte*)

c) Zeigen Sie außerdem, dass man unter obigen Annahmen für geeignete Konstanten c_0 und c_1 auch

$$\log P_0(T) = c_0 - c_1/T \tag{2}$$

schreiben kann. (*1 Punkt*)

Obige Überlegungen lassen sich leicht auch auf andere Phasengrenzkurven übertragen.

H.10.3 Tripelpunkt (5 Punkte)

In der Nähe des Tripelpunktes für Ammoniak lautet die Gleichung der Sublimationskurve

$$\log P = 27,79 - 3726/T \tag{3}$$

und die der Verdampfungskurve

$$\log P = 24,1 - 3005/T \ . \tag{4}$$

Dabei sind der Druck P in Pascal und die Temperatur T in Kelvin gemessen. Betrachten Sie gasförmiges Ammoniak als ideales Gas und nehmen Sie an, dass die spezifischen Volumina des flüssigen und festen Ammoniaks vernachlässigbar klein sind.
Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist es sinnvoll, die Clausius-Clapeyron-Gleichung durch die spezifische[1] latente Wärme q_L und spezifischen Volumina v auszudrücken

$$\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}T} = \frac{q_L}{T\Delta v} \ . \tag{5}$$

[1] Hiermit ist gemeint, dass die folgenden Größen auf die Teilchenzahl N normiert sind.

a) Wie groß sind Druck und Temperatur am Tripelpunkt?

(*1 Punkt*)

b) Wie groß sind die latente Sublimations- und die latente Verdampfungswärme am Tripelpunkt?

(*2 Punkte*)

c) Zeigen Sie, dass am Tripelpunkt für die Sublimationskurve gilt

$$\left.\left(\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}T}\right)\right|_{\text{sub}} = \frac{v_{\text{fl}} - v_{\text{fest}}}{v_{\text{gas}} - v_{\text{fest}}} \left.\left(\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}T}\right)\right|_{\text{schmelz}} + \frac{v_{\text{gas}} - v_{\text{fl}}}{v_{\text{gas}} - v_{\text{fest}}} \left.\left(\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}T}\right)\right|_{\text{dampf}} . \tag{6}$$

(*1 Punkt*)

d) Wie groß ist die latente Schmelzwärme am Tripelpunkt?

(*1 Punkt*)