Untersuchung der B-Meson-Wellenfunktion via Lichtkegelsummenregeln

Nils Offen

Theoretische Physik 1

Universität Siegen

- Motivation
- Grundlagen
- Unsere Idee
- Ergebnis und Numerik
- Weitere Anwendungen
- Zusammenfassung

A. Khodjamirian, Th.Mannel, N.Offen

B-Zerfälle

- Aufgabe : Unitaritätsdreieck überbestimmen als Test des SMs
- B-Zerfälle : B-Zerfälle bilden hervorragende Möglichkeit, um CKM-Parameter zu bestimmen

Fokus, B in leichte Mesonen

- V_{ub} aus $B \longrightarrow \pi(\rho)\, l\, \nu$
- α aus $B \longrightarrow \pi\, \pi$
- V_{td} aus $B \longrightarrow \rho\, \gamma$
- V_{ts} aus $B \longrightarrow K^*\, \gamma$

Probleme

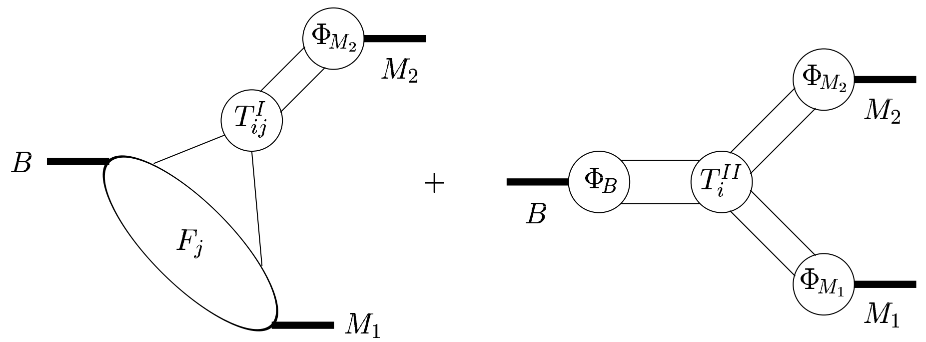
- Problem : In diesen Zerfällen tauchen Matrixelemente folgender Art auf:

$$\left.\begin{array}{c} \langle\, B_d \,|\, \bar{d}\,\Gamma\, b \,|\, 0 \,\rangle \\ \langle\, B_d \,|\, \bar{u}\,\Gamma\, b \,|\, \pi \,\rangle \\ \langle\, B_d \,|\, \bar{u}\,\Gamma\, b\, \bar{d}\,\Gamma\, u \,|\, \pi\, \pi \,\rangle \\ \vdots \end{array}\right\} := \begin{array}{l} \text{Hadronische Matrixelemente,} \\ \text{die sich störungstheoretischer} \\ \text{Berechnung in QCD entziehen.} \end{array}$$

- Lösungsansatz : Zerlegung (Faktorisierung) in kurz- und langreichweitigen Anteil.
- Zweiter Schritt : Berechnung der kurzreichweitigen Anteile in Störungstheorie und der langreichweitigen über Gitter-QCD, Summenregeln, etc..

QCD-Faktorisierung

- Die QCD-Faktorisierungsformel: z.B. für $B \to \pi\,\pi$



$$\langle\, M_1\, M_2 \,|\, O_i \,|\, \overline{B}\,\rangle \;=\; \sum_j F_j^{B\to M_1}(m_2^2) \int_0^1 du\, T^I_{ij}(u)\phi_{M_2}(u)$$

$$+\,(M_1 \;\leftrightarrow\; M_2) \;+\; \int_0^\infty d\omega \int_0^1 dudv\, T^{II}_i(\omega,u,v)\,\phi_B(\omega)\,\phi_{M_1}(v)\,\phi_{M_2}(u)$$

Beneke, Buchalla, Neubert, Sachrajda (2000)

- nichtperturbative Größen:

$F_j^{B\to M_1}$	Formfaktor
$\phi_B(\omega),\ \phi_{M_1}(u),\ \phi_{M_2}(v)$	Verteilungsamplitude

λ_B

- Streuamplitude $T_i^{II}(\omega, u, v)$ in führender Ordnung $\sim \frac{1}{\omega}$.
- $\Rightarrow$ Harter Streuanteil wird durch erstes inverses Moment

$$\lambda_B = \int_0^\infty d\omega \frac{\phi_+^B(\omega)}{\omega}$$

bestimmt.

- Insbesondere in radiativen und leptonischen Zerfällen

$$- B \to \gamma\gamma$$
$$- B \to l\bar{\nu}\gamma$$
$$- B \to l\bar{\nu}l\bar{\nu}$$

taucht nur λ_B als nichtperturbativer Parameter auf.

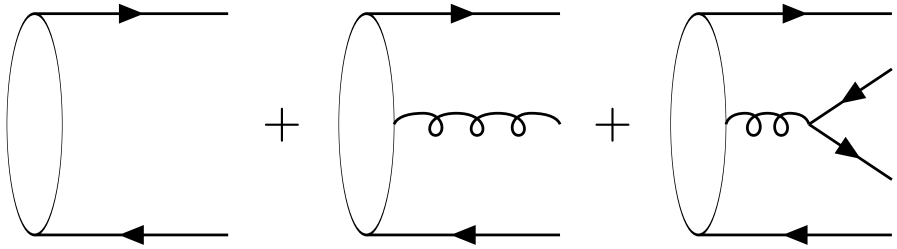
(In Ordnung $O(\alpha_s^0)$, $O\left(\left(\frac{1}{m_B}\right)^0\right)$.)

Interpretation

- Entwicklung eines Mesons in Fockzustände: (Naives Partonmodell)

$$|\,B\,\rangle \;=\; \sum_{q\overline{q}} |\,q\overline{q}\,\rangle\,\Psi_{q\overline{q}/B} \;+\; \sum_{q\overline{q}g} |\,q\overline{q}g\,\rangle\,\Psi_{q\overline{q}g/B} \;+\;\cdots$$

$|\,B\,\rangle \;=$



$+\cdots$

- Wellenfunktionen geben die Wahrscheinlichkeitsamplitude an, ein Meson in einem bestimmten Zustand zu finden.

- Die Wellenfunktionen über die Transversalimpulse integriert ergeben die Verteilungsamplituden

$$\phi_B(\omega,\mu) \;=\; \int \frac{d^2\overrightarrow{k}_\perp}{16\pi^3}\,\Psi^{(\mu)}_{q\overline{q}/B}(\omega,\,\overrightarrow{k}_\perp)$$

Bisherige Methoden

- Zweipunkt-Summenregeln :
  - In führender Ordnung von Grozin, Neubert 96

$$\lambda_B = \frac{2}{3}\,\bar{\Lambda} \approx 450\,MeV$$

  - Mit α_s-Korrekturen und nichtperturbativen Kondensaten Braun, Ivanov und Korchemsky 03:

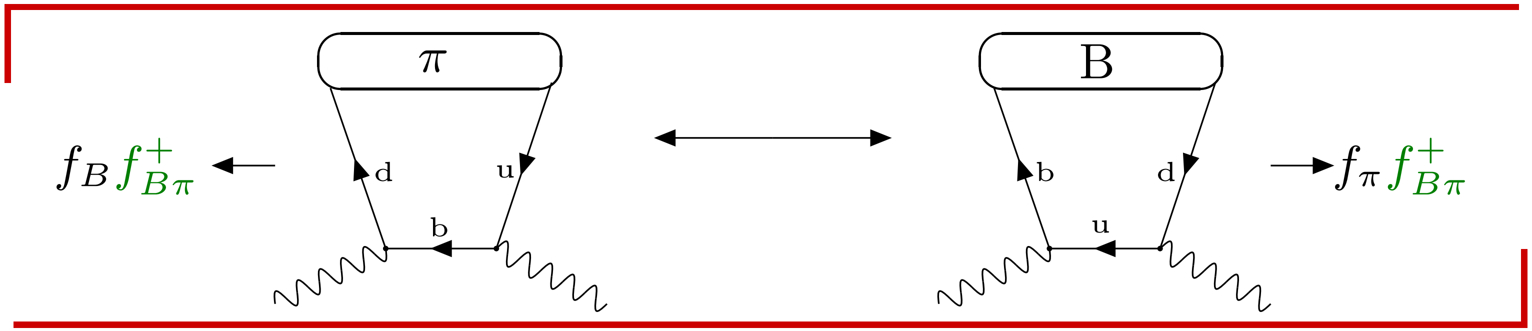
$$\lambda_B(\mu = 1\,GeV) = 460 \pm 110\,MeV$$

- Momentanalyse : Bis Ordnung α_s von Lee, Neubert 05

$$\lambda_B(\mu = 1\,GeV) = 480 \pm 55\,GeV$$

Idee der Arbeit

- Ausgangspunkt: Vertauschen der traditionellen Rollen von Pion und B-Meson:



Übergang von

$$F_\mu(p,q) \;=\; i \int d^4x\, e^{ipx}\, \langle\, \pi(q) | \, T\{\bar{u}(x)\, \gamma_\mu\, b(x)\, \bar{b}(0)\, i\, \gamma_5\, d(0)\}\, |\, 0\, \rangle$$

nach

$$F_{\mu\nu}(q,(p+q)) = i \int d^4x\, e^{iqx}\, \langle\, 0\, |\, T\{\bar{d}(x)\, \gamma_\mu\, \gamma_5\, u(x)\, \bar{u}(0)\, \gamma_\nu\, b(0)\}\, |\, B(p+q)\, \rangle$$

Vergleich der Summenregelergebnisse

Lichtkegel-Summenregeln

Prinzip der Summenregeln

$$\sum \int \frac{\langle\, H(p)\,|\, j_m u(x)\,|\, h(q)\,\rangle \langle\, h(q)\,|\, j_\nu(0)\,|\, 0\,\rangle}{m_h^2 \,-\, q^2}$$

Hadronische Summe

Quark-Hadron-Dualität

Kontinuumsmodell $\longrightarrow$ s_0

$$\int d^4x\, e^{iqx} \langle\, H(p)\,|\, T\{ j_\mu(x)\, j_\nu(0)\}\,|\, 0\,\rangle$$

Gleichsetzen

Borel-Transformation $\longrightarrow$ M

Dispersionsrelation

Lichtkegelentwicklung

$x^2 \approx 0$

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} d^4x\, e^{i(q-k)x} \frac{\not k \,+\, m_q}{k^2 \,-\, m_q^2} \underbrace{\langle\, H(p)\,|\, q_i(x)\,\Gamma\, q_j(0)\,|\, 0\,\rangle}_{\text{Verteilungsamplituden}}$$

Näherung für λ_B

Berechnung der Summenregeln führt auf Tree-Level zu folgendem Ergebnis:

$$\frac{f_B}{m_B\, f_\pi} \underbrace{\int_0^{\frac{s_0^\pi}{m_B}} d\omega\, e^{-\frac{m_B}{M^2}\omega}\, \phi_-^B(\omega)}_{\approx\, \phi_-^B(0)\, \int d\omega\ \exp(-\frac{m_B}{M^2}\omega)} \stackrel{!}{=} \underbrace{\frac{f_\pi\, m_b^2}{2\, f_B\, m_B^2}\, e^{\frac{m_B^2}{M^2}} \int_{\frac{m_b^2}{s_0^B}}^1 \frac{du}{u}\, e^{-\frac{m_b^2}{u\, M^2}}\, \phi_\pi(u)}_{f_{B\pi}^+(0)\, =\, 0{,}26\, \pm\, 0.06} + \cdots$$

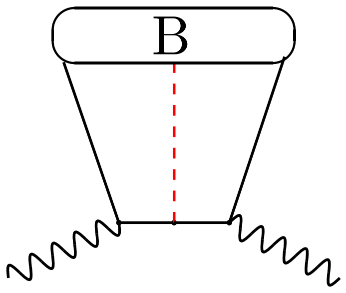
$$\phi_-^B(0) \approx \int_0^\infty d\omega\, \frac{\phi_+^B(\omega)}{\omega} = \lambda_B^{-1} \quad \text{(WW-Relation)}$$

$$\lambda_B \approx \frac{f_B}{f_\pi\, f_{B\pi}^+(0)}\, \frac{M^2\left[1 - e^{-\frac{s_0^\pi}{M^2}}\right]}{m_B}$$

Dreiteilchenbeiträge

Zwei Arten von Beiträgen

Beiträge weicher Gluonen : Mischung von Zwei- und Dreiteilchen-amplituden:



$$\phi_-^B(0) = \lambda_B^{-1} + \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} I(\omega)$$

$$\sim \frac{1}{m_B}$$

"Dreiteilchenquellterm" $\sim 4\,\%$

Beiträge unterdrückt

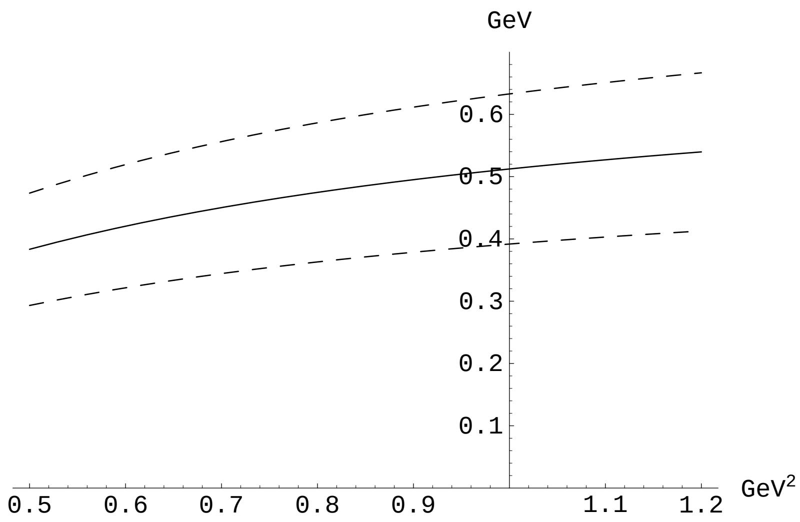
Numerische Ergebnisse

λ_B hängt vom Borelparameter M ab.

Angenommenes Borelfenster : M = 0.5 - 1.2 GeV

Parameter	Wertebereich	Schrittweite
s_0^B	$(33 - 37)\, GeV^2$	$1\, GeV^2$
m_b	$(4,55 - 4,85)\, GeV$	$0,05\, GeV$
M^2	$(8 - 12)\, GeV^2$	$1\, GeV^2$
m_0^2	$(0,6 - 1,0)\, GeV^2$	$0,1\, GeV^2$
$\langle \overline{q}\, q \rangle$	$(0,23 - 0,25)\, GeV$	$0,01\, GeV$
a_2^π	$0,05 - 0,50$	$0,05$
s_0^π	$0,7\, GeV^2$	
μ	$\sqrt{m_B^2 - m_b^2} = 2,4037\, GeV$	
m_B	$5,279\, GeV$	
f_π	$0,131\, GeV$	
$\overline{M}^2$	$M^2 - 6\, GeV^2$	

Verwendete Werte zur Berechnung von λ_B



λ_B in Abhängigkeit von M

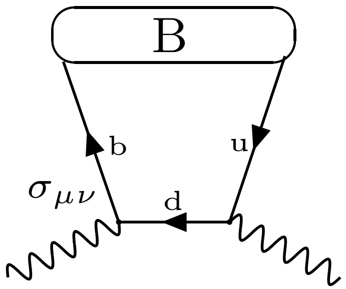
Ergebnis :

$$\lambda_B = 460 \pm 160\, MeV \quad + \quad O(\alpha_s)$$

Weitere Anwendungen

Korrelatoren für

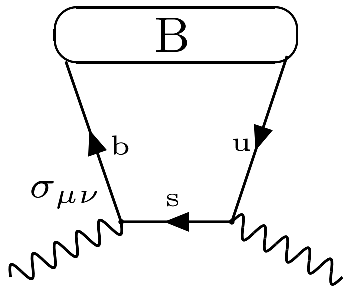
$B \to \rho\gamma$



- Formfaktor :

$$T_1^{\rho}(0)$$

$B \to K^*\gamma$



- Formfaktor :

$$T_1^{K^*}(0)$$

Komplementäre Betrachtungsweise zu bisher üblichen Summenregeln mit Vektormeson-Verteilungsamplituden.

Zusammenfassung

- Via Lichtkegelsummenregeln wurde ein konsistentes Resultat für λ_B erhalten :

$$\lambda_B = 460 \pm 160\,MeV \quad + \quad O(\alpha_s)$$

- Dreiteilchenbeiträge sind unterdrückt.
- Verfahren mit on-shell B-Meson wird zur Zeit angewendet, um $B \to K^*\gamma$- bzw. $B \to \rho\gamma$-Formfaktoren zu berechnen.
- weitere Ziele
  - Bestimmung von $\dfrac{T_1^{\rho}(0)}{T_1^{K^*}(0)}$
  - $O(\alpha_s)$-Terme für Korrelator bekannt (de Fazio, Feldmann, Hurth 05)
  - Es fehlt: Renormierung von ϕ_-^B