Klassische Theoretische Physik II: Elektrodynamik (WiSe 2025/26) 11. Übungszettel (7. Januar 2026)

Abgabe der Hausaufgaben bis: Mittwoch, 14. Januar.

1 Präsenzaufgaben

1.1 Quickies

Ab jetzt werden die Übungszettel regelmäßig Kurzfragen ("Quickies") enthalten; auch in den Abschlussklausuren werden solche Fragen vorkommen, und ca. 25% der gesamten Punktzahl ausmachen. Hier wird grundlegendes Faktenwissen abgefragt, sowie einige sehr kurze Herleitungen.

Q1: Wie stehen $\vec{E}$, $\vec{B}$ und der Wellenvektor $\vec{k}$ einer ebenen elektromagnetischen Welle zueinander?

Q2: Was sind "retardierte" und "avancierte" Lösungen für (z.B.) das skalare Potenzial U? Und warum können die "avancierten" Lösungen (in der klassischen Physik) verworfen werden?

Q3: Wir hatten gesehen, dass eine Konfiguration von Ladungen und Strömen mit $\ddot{\vec{p}} \neq 0$ elektromagnetische Wellen ins Unendliche abstrahlt; dabei ist $\vec{p}$ das Dipolmoment der Ladungsverteilung. Wir hatten bereits vorher gesehen, dass elektromagnetische Wellen Energie tragen. Wo kommt diese Energie her, d.h. wie können diese beiden Ergebnisse in Einklang mit der Energieerhaltung sein?

2 Hausaufgaben

2.1 Streuung des Sonnenlichts in der Erdatmosphäre

Aus Gl.(4.32) folgt für die von einem harmonisch oszillierenden Dipol mit $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 \cos \omega t$ im zeitlichen Mittel abgestrahlte Energieflussdichte:

$$\vec{S} = \frac{\mu_0}{32\pi^2 c r^2} \left| \vec{p}_0 \right|^2 \omega^4 \sin^2 \theta \vec{e}_r \, . \tag{1}$$

Dabei ist $\vec{e}_r$ der radiale Einheitsvektor, und θ ist der Winkel zwischen $\vec{p}_0$ und $\vec{e}_r$.

1. Das einfallende Sonnenlicht ist "weiß", d.h. es besteht aus einer (inkohärenten) Überlagerung von Licht vieler verschiedener Wellenlängen. Die klassische Theorie des Himmelsblaus geht von der Annahme aus, dass das elektrische Feld des Lichts die Moleküle der Luft zu Dipolschwingungen mit der Frequenz anregt, die die Lichtwelle

hat; die Schwingungen erfolgen in Richtung des $\vec{E}$ Feldes. Diese oszillierenden Dipole emittieren dann Licht gemäß Gl.(1). Das entspricht der Streuung des einfallenden Lichts. Benutzen Sie diese Gleichung, um zu zeigen, dass blaues Licht (Wellenlänge ca. 475 nm) fast fünf mal stärker gestreut wird als rotes Licht (Wellenlänge ca. 700 nm). **[2P]**

2. Wieso ist deshalb die Sonne, von der Erdoberfläche aus gesehen, nicht weiß? Und warum erscheint sie morgens und abends röter, d.h. "langwelliger", als zur Mittagszeit? *Hinweis:* Letzteres ist ein geometrischen Effekt. **[2P]**

3. Benutzen Sie dieses klassische Modell um zu erklären, warum das gestreute Sonnenlicht zu 100% linear polarisiert ist, wenn (und nur wenn) das Licht um 90° gestreut wird. *Hinweis:* Das einfallende Licht ist nicht polarisiert. In welchen Richtungen können die angeregten Dipole dann schwingen? Benutzen Sie auch wieder Gl.(1)! (Bienen benutzen diesen Effekt offenbar zur Navigation, wenn die Sonne nicht direkt sichtbar ist, wohl aber blauer Himmel an den relevanten Stellen; möglicherweise taten das auch die Wikinger, mit Hilfe eines "Sonnensteins", der als Polarisationsfilter diente, d.h. nur Licht einer Polarisation durchliess.) **[4P]**

4. Das Sonnenlicht enthält auch violettes und sogar ultraviolettes Licht, mit noch deutlich kürzeren Wellenlängen als blaues Licht. Wieso erscheint ein klarer Himmel dennoch nicht lila? *Hinweis:* Das hat nichts mit Elektrodynamik zu tun, deshalb gibt's für diese Teilaufgabe auch keine Punkte.

2.2 Galilei–Transformationen als Gruppe

In der Mathematik bezeichnet eine *Gruppe* eine Menge von Elementen $\mathcal{G} = \{g_i\}$ und eine Regel zur Verknüpfung ("Multiplikation") dieser Elemente, die folgende Bedingungen erfüllen muss: *(i)* Die Gruppe muss ein neutrales Element e enthalten, sodass $e \cdot g_i = g_i$ gilt für alle Elemente g_i der Gruppe; *(ii)* für jedes Element g_i muss ein inverses Element g_i^{-1} existieren, sodass $g_i \cdot g_i^{-1} = e$, wobei e das neutrale Element aus *(i)* ist; *(iii)* wenn g_i und g_j Elemente von $\mathcal{G}$ sind, so muss $g_i \cdot g_j$ ebenfalls ein Element von $\mathcal{G}$ sein. Die Verknüpfung muss keine echte Multiplikation sein. So sind die ganzen Zahlen eine Gruppe unter der Addition, aber nicht unter der Multiplikation da *(ii)* verletzt ist; die rationalen, reellen und komplexen Zahlen sind (verschiedene) Gruppen sowohl unter Addition als auch unter Multiplikation, wobei man im letzteren Fall die Null ausnehmen muss.

Hier wollen wir zeigen, dass allgemeine Galilei–Transformationen in der Form [s. Gl.(5.1)]

$$G(\vec{r}, t) = \vec{r} + \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t \tag{2}$$

eine Gruppe bilden, wobei die reellen Konstanten $\vec{r}_0$ und $\vec{v}_0$ zusammen ein Element $g_{\vec{r}_0, \vec{v}_0}$ der Gruppe definieren und alle reellen, drei–dimensionalen Vektoren $\vec{r}_0$ und Geschwindigkeiten $\vec{v}_0$ erlaubt sind.

1. Was ist das neutrale Element g_e? *Hinweis:* Die zugehörige Galilei–Transformation muss $G_e(\vec{r}, t) = \vec{r} \ \ \forall \vec{r}, \ t$ erfüllen. **[2P]**

2. Welches Element ist invers zu $g_{\vec{r}_0, \vec{v}_0}$? *Hinweis:* die entsprechende inverse Transformation G^{-1} muss $G^{-1}[G(\vec{r}, t)] = \vec{r} \ \ \forall \vec{r}, \ t$ erfüllen. **[2P]**

3. Um die Eigenschaft *(iii)* zu zeigen, müssen Sie zeigen, dass die konsekutive Anwendung zweier Galilei–Transformationen durch eine einzige Gallileo–Transformation beschrieben werden kann. Wie hängen die Parameter $\vec{r}_0$ und $\vec{v}_o$ dieser "Produkt–Transformation" von den entsprechenden Parametern der einzelnen "Faktor–Transformationen" ab? **[3P]**

4. Die reellen Zahlen ohne Null sind eine Untegruppe (unter Multiplikation) der komplexen Zahlen ohne Null. Bestimmen Sie aus Gl.(2) zwei Untergruppen der Gruppe der allgemeinen Galilei–Tranformationen! *Hinweis:* Die Elemente dieser Untergruppen sind durch jeweils einen einzigen Vektor definiert. **[3P]**