Übungen zu Theoretische Physik I

Prof. M. Drees, Gerrit Bickendorf
`http://www.th.physik.uni-bonn.de/Groups/drees/teaching.html`
Abgabe: 03.07.2023

Quickies

- Nenne 3 Scheinkräfte.
- Wie lautet Newtons Theorem?
- Wie lauten die Euler-Gleichungen?

Anwesenheitsaufgaben

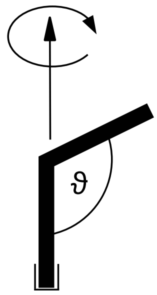

Abbildung 1: Abgeknickter Stab

A 1 Abgeknickter Stab

Ein Stab der Masse m und der Länge $2l$ sei in der Mitte um den Winkel $\theta = \frac{3\pi}{4}$ abgeknickt. Am unteren Ende ist der Stab in einem Lager so befestigt, dass er sich um die vertikale z-Achse drehen kann. Der Stab dreht sich mit einer konstanten Winkelgeschwidigkeit ω um die z-Achse. Wähle das mitrotierende Koordinatensystem so, dass der Stab in der y-z-Ebene liegt.

(a) Bestimme die I_{13}, I_{23} und I_{33} Komponenten des Trägheitstensors.

(b) Bestimme das Drehmoment, dass auf das Lager wirkt.

A 2 Umkippender Würfel

Ein Würfel mit Kantenlänge a und Masse m gleitet reibungsfrei auf einer horizontalen Ebene im Schwerefeld der Erde. Der Würfel hat die Anfangsgeschwindigkeit v_0 in Richtung der Normalen einer der Seiten. Durch eine Schwelle vernachlässigbarer Höhe orthogonal zur Geschwindigkeit stoppt die führende Unterkante plötzlich ab.

(a) Bestimme die Komponenten des Trägheitstensors des Würfels für eine Rotation entlang der Seitennormalen um den Schwerpunkt.

(b) Nutze den Satz von Steiner, um das Trägheitsmoment für die Rotation um die Schwelle zu bestimmen.

(c) Bestimme die Winkelgeschwindigkeit des Würfels unmittelbar nach dem Stoß.

(d) Finde die Grenzgeschwindigkeit, ab der der Würfel um- statt zurück-kippt.

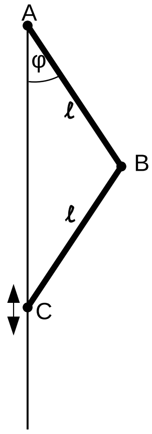

Abbildung 2: Zwei verbundende Stäbe

Hausaufgaben

H 1 Zwei verbundene Stäbe

Betrachte den in Abbildung 2 gezeigten Aufbau. Ein Stab der Masse m und Länge l sei im Punkt A an der Spitze einer dünnen Stange mit einem Gelenk befestigt, sodass er sich um den Winkel φ bewegen kann. Am anderen Ende des Stabs (Punkt B in der Zeichnung) ist ein zweiter Stab mit gleichen Dimensionen ebenfalls an einem Gelenk befestigt. Das andere Ende des zweiten Stabs ist an einem masselosen, reibungsfrei gleitenden Schlitten befestigt, der sich entlang der dünnen Stange bewegen kann. Die Stange steht dabei entlang der Gravitationskraft. Betrachte im Folgenden nur die Bewegung durch die Auf- und Abbewegung und vernachlässige die Rotation um die Stange.

(a) Betrachte ϕ als den einzigen Freiheitsgrad des Systems. Stelle die potentielle Energie des gesamten Aufbaus und die kinetische Energie des ersten Stabs auf.

(b) Um die kinetische Energie des zweiten Stabs zu bestimmen, benötigen wir die Rotationsenergie und die kinetische Energie der Bewegung des Schwerpunkts. Zeige, dass für die Geschwindigkeit des Schwerpunkts v_{SP}

$$|v_{\mathrm{SP}}|^2 = \dot{\varphi}^2 \left(\frac{l}{2}\right)^2 \left(1 + 8\sin^2\varphi\right) \tag{1}$$

gilt. Stelle nun die Lagrangefunktion auf.
Bemerkung: Die Aufhängung im Punkt C bricht die Symmetrie der beiden Stäbe. Die kinetische Energie des ersten und zweiten Stabs sind nicht gleich!

(c) Stelle die Bewegungsgleichungen auf.

(d) Mit welcher Frequenz schwingt das System für kleine Auslenkungen?

H 2 Kugel und Zylinder auf geneigter Ebene

Auf einer um den Winkel α gegenüber der Horizontalen geneigten Ebene liegen auf gleicher Höhe eine Kugel und ein Zylinder mit der jeweils gleichen Masse m und Radius R. Beide werden zur Zeit $t = 0$ losgelassen. Welches der beiden Objekte rollt die Ebene schneller hinab?

(a) Stelle die Lagrangefunktion für den Zylinder und für die Kugel auf. Nutze als verallgemeinerte Variable den Rollwinkel ϕ.

(b) Bestimme beide Bewegungsgleichungen. Welches Objekt kommt schneller ins Ziel?

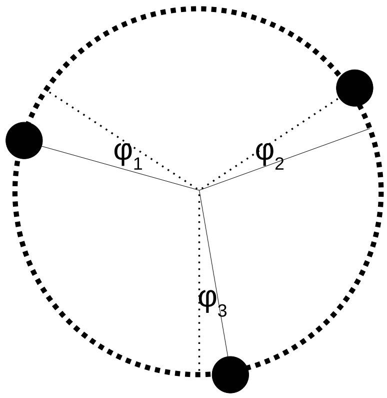

Abbildung 3: Dreiatomiges Ringmolekül

H 3 Dreiatomiges Ringmolekül

Drei Atome der Masse m können sich reibungsfrei auf einem Ring mit Radius R bewegen. Zwischen zwei benachbarten Atomen ist jeweils eine Feder mit Federkonstante k angebracht. Im Ruhezustand sind alle Atome gleich weit voneinander entfernt. Die Auslenkung der jeweiligen Atome aus der Ruhelage sei mit φ_i parametrisiert.

(a) Stelle die Lagrangefunktion auf.

(b) Bestimme die Bewegungsgleichungen.

(c) Überführe das gekoppelte System von Differentialgleichnungen in ein Eigenwertproblem mit der Form

$$\ddot{\vec{\varphi}} = A\vec{\varphi} \tag{2}$$

mit $\vec{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)^T$. Finde nun die Eigenmoden und Eigenfrequenzen.

(d) Nutze nun die Eigenvektoren von A, um eine Matrix S zu finden, für die SAS^{-1} diagonal ist.

(e) Zeige, dass für $\vec{\Phi} = S\vec{\varphi}$ das Gleichungssystem entkoppelt. Bestimme die Bewegungsgleichungen der Φ_i und deren Frequenzen. Welchen Bewegungen des Moleküls entsprechen die einzelnen Moden?

(f) Welche verallgemeinerte Koordinate ist zyklisch? Welche Erhaltungsgröße resultiert hieraus?

Viel Spaß! :)